

SUITES GEOMETRIQUES

Objectifs :

- Prouver que trois nombres sont (ou ne sont pas) les termes consécutifs d'une suite géométrique.
- Déterminer la raison d'une suite géométrique modélisant une évolution.
- Écrire le terme général d'une suite géométrique définie par son premier terme et sa raison.
- Calculer la somme de n premiers termes d'une suite géométrique.
- Reconnaître une situation relevant du calcul d'une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.
- Calculer la moyenne géométrique de deux nombres.

Définition 1. Suite géométrique

Soit q un nombre réel. On appelle suite géométrique de raison q toute suite définie pour tout entier naturel n par la relation : $u_{n+1} = u_n \times q$

Le nombre q est appelé raison de la suite (u_n) .



Méthode pour reconnaître une suite géométrique



[méthode en vidéo](#)

Exercice ❶

On place un capital de 500 € sur un compte dont les intérêts annuels s'élèvent à 4 % par an. On note C_n la valeur du capital après n années. On note $C_0 = 500$. Déterminer l'expression de C_{n+1} en fonction de C_n .

Propriété 1. Suite géométrique

Une suite (u_n) est géométrique si, et seulement si, pour tout entier n , le quotient

$\frac{u_{n+1}}{u_n}$ est constante. Cette constante est alors la raison de la suite.



Méthode pour montrer qu'une suite géométrique



[méthode en vidéo](#)

Exercice ②

On reprend la suite utilisée dans l'exercice 4. Montrer que la suite (C_n) est géométrique.

Propriété 2. Terme général d'une suite arithmétique

Si (u_n) est une suite géométrique de raison q , alors :

- si le premier terme est u_0 , pour tout entier n , $u_n = u_0 \times q^n$.
- si le premier terme est u_1 , pour tout entier n , $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

Exercice ③

On reprend la suite utilisée dans l'exercice 4. Exprimer C_n en fonction de n .

Exercice ④

Le tableau ci-dessous donne les dépenses de soins hospitaliers pour les années 2008 à 2010 en milliards d'euros en France.

Années	2008	2009	2010
Dépenses de soins hospitaliers en milliards d'euros	76,2	79,1	81,2

Source : DREES, comptes de la santé

1) Calculer le pourcentage d'évolution des dépenses de soins hospitaliers entre 2008 et 2009.

2) Les prévisions de dépenses font apparaître une augmentation annuelle de 2 % des dépenses de soins hospitaliers à partir de l'année 2010.

On note, pour tout entier naturel n , u_n le montant des dépenses de soins hospitaliers en milliards d'euros pour l'année $(2010 + n)$. On a donc $u_0 = 81,2$.

a) Calculer u_1 et u_2 . On arrondira les résultats à 10^{-2} près.

b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.

c) Exprimer, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .

3) Calculer l'estimation du montant des dépenses de soins hospitaliers pour l'année 2015.

4) On utilise un tableur pour calculer le montant des dépenses de soins hospitaliers.

Une copie d'écran est présentée ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	u_n	81,2										

a) Quatre formules sont proposées à saisir en C2 puis à recopier vers la droite.

Une seule est exacte. Indiquer la réponse choisie.

$=B2*1.02^C1$; $=B2*1.02$; $=B2*0.02$; $=B$2*1.02$

b) Donner une estimation de l'année à partir de laquelle les dépenses de soins hospitaliers dépasseront 100 milliards d'euros.

Propriété 3. Variations d'une suite géométrique

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme et de raison q strictement positifs.

- Si $q > 1$, alors (u_n) est croissante.
- Si $q = 1$, alors (u_n) est constante.
- Si $q < 1$, alors (u_n) est décroissante.



Méthode pour déterminer les variations d'une suite géométrique



[méthode en vidéo](#)

Exercice ⑤

On reprend la suite utilisée dans l'exercice 4. Déterminer les variations de la suite (C_n) .



Méthode pour reconnaître graphiquement une suite géométrique



[méthode en vidéo](#)

Propriété 4. Somme des n premiers termes d'une suite géométrique

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est égale à :

$$\text{premier terme} \times \frac{1 - \text{raison}^{\text{nombre de termes}}}{1 - \text{raison}}$$

Exercice ⑥

Calculer la somme $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{13}$.



[corrigé en vidéo](#)



Méthode pour calculer la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = 0,5 \times 3^n$.

Déterminer $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_7$.

On saisit sur la calculatrice : `som(suite(.....,X,.....,.....))`

La calculatrice affiche ; donc $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_7 = \dots$

Exercice ⑦

Chaque début d'année, on place un capital de 500 € sur un même compte à un taux annuel de 3 %. Calculer la valeur totale disponible sur le compte après 7 ans.



Définition 2. Moyenne géométrique de deux nombres

La moyenne géométrique de deux nombres positifs a et b est égale au nombre $\sqrt{a \times b}$.

Exercice 8

Calculer la moyenne géométrique des nombres 4 et 9.

Exercice 9

Une banque propose deux options de placement :

- Placement A : on dépose un capital de départ. Chaque année, la banque nous reverse 6% du capital de départ.

- Placement B : on dépose un capital de départ. Chaque année, la banque nous reverse 4% du capital de l'année précédente.

On suppose que le placement initial est de 200€. L'objectif est de savoir à partir de combien d'années un placement est plus intéressant que l'autre.

On note u_n la valeur du capital après n années pour le placement A et v_n la valeur du capital après n années pour le placement B.

1) a) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

b) Calculer v_1 , v_2 et v_3 .

2) Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n) ? On donnera le premier terme et la raison.

3) Exprimer u_n et v_n en fonction de n .

4) Déterminer le plus petit entier n , tel que $u_n < v_n$. Interpréter ce résultat.