

PROBABILITES	
<i>Terminale Spé maths</i>	<i>Divers</i>

Exercice 1

Pour préparer l'examen du permis de conduire, on distingue deux types de formation :

- la formation avec *conduite accompagnée*;
- la formation *traditionnelle*.

On considère un groupe de 300 personnes venant de réussir l'examen du permis de conduire. Dans ce groupe :

- 75 personnes ont suivi une formation avec *conduite accompagnée*; parmi elles, 50 ont réussi l'examen à leur première présentation et les autres ont réussi à leur deuxième présentation.
- 225 personnes se sont présentées à l'examen suite à une formation *traditionnelle*; parmi elles, 100 ont réussi l'examen à la première présentation, 75 à la deuxième et 50 à la troisième présentation.

On interroge au hasard une personne du groupe considéré.

On considère les événements suivants :

A : « la personne a suivi une formation avec *conduite accompagnée* »;

R_1 : « la personne a réussi l'examen à la première présentation »;

R_2 : « la personne a réussi l'examen à la deuxième présentation »;

R_3 : « la personne a réussi l'examen à la troisième présentation ».

1. Modéliser la situation par un arbre pondéré.

Dans les questions suivantes, les probabilités demandées seront données sous forme d'une fraction irréductible.

2.
 - a. Calculer la probabilité que la personne interrogée ait suivi une formation avec *conduite accompagnée* et réussi l'examen à sa deuxième présentation.
 - b. Montrer que la probabilité que la personne interrogée ait réussi l'examen à sa deuxième présentation est égale à $\frac{1}{3}$.
 - c. La personne interrogée a réussi l'examen à sa deuxième présentation. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi une formation avec *conduite accompagnée*?
3. On note X la variable aléatoire qui, à toute personne choisie au hasard dans le groupe, associe le nombre de fois où elle s'est présentée à l'examen jusqu'à sa réussite. Ainsi, $X = 1$ correspond à l'évènement R_1 .
 - a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - b. Calculer l'espérance de cette variable aléatoire. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
4. On choisit, successivement et de façon indépendante, n personnes parmi les 300 du groupe étudié, où n est un entier naturel non nul. On assimile ce choix à un tirage avec remise de n personnes parmi les 300 personnes du groupe.
On admet que la probabilité de l'évènement R_3 est égale à $\frac{1}{6}$.

- a. Dans le contexte de cette question, préciser un évènement dont la probabilité est égale à $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$.

On considère la fonction Python `seuil` ci-dessous, où p est un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0;1[$.

```
def seuil(p):  
    n = 1  
    while 1 - (5/6)**n <= p :  
        n = n+1  
    return n
```

- b. Quelle est la valeur renvoyée par la commande `seuil(0,9)`? Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2

Dans un centre de traitement du courrier, une machine est équipée d'un lecteur optique automatique de reconnaissance de l'adresse postale. Ce système de lecture permet de reconnaître convenablement 97 % des adresses ; le reste du courrier, que l'on qualifiera d'illisible pour la machine, est orienté vers un employé du centre chargé de lire les adresses. Cette machine vient d'effectuer la lecture de neuf adresses. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'adresses illisibles parmi ces neuf adresses. On admet que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 9$ et $p = 0,03$.

1. La probabilité qu'aucune des neuf adresses soit illisible est égale, au centième près, à :
- a. 0 b. 1 c. 0,24 d. 0,76
2. La probabilité qu'exactly deux des neuf adresses soient illisibles pour la machine est :
- a. $\binom{9}{2} \times 0,97^2 \times 0,03^7$ b. $\binom{7}{2} \times 0,97^2 \times 0,03^7$
c. $\binom{9}{2} \times 0,97^7 \times 0,03^2$ d. $\binom{7}{2} \times 0,97^7 \times 0,03^2$
3. La probabilité qu'au moins une des neuf adresses soit illisible pour la machine est :
- a. $P(X < 1)$ b. $P(X \leq 1)$ c. $P(X \geq 2)$ d. $1 - P(X = 0)$

PARTIE II

Une urne contient 5 boules vertes et 3 boules blanches, indiscernables au toucher. On tire au hasard successivement et **sans remise** deux boules de l'urne. On considère les évènements suivants :

- V_1 : « la première boule tirée est verte » ;
- B_1 : « la première boule tirée est blanche » ;
- V_2 : « la seconde boule tirée est verte » ;
- B_2 : « la seconde boule tirée est blanche ».

4. La probabilité de V_2 sachant que V_1 est réalisé, notée $P_{V_1}(V_2)$, est égale à :

- a. $\frac{5}{8}$ b. $\frac{4}{7}$ c. $\frac{5}{14}$ d. $\frac{20}{56}$

5. La probabilité de l'évènement V_2 est égale à :

- a. $\frac{5}{8}$ b. $\frac{5}{7}$ c. $\frac{3}{28}$ d. $\frac{9}{7}$