Contenus	Contenus détaillés	Commentaires	Démonstrations possibles	TUICE : algorithmique GeoGebra tableur
1. Principe du raisonnement par récurrence				
Suites ◆ Raisonner par récurrence pour établir une propriété d'une suite. *Estimation : 1 semaine*	- Raisonner par récurrence pour établir une propriété d'une suite (variations, majoration ou minoration, formule explicite, …) - Étudier des phénomènes d'évolution modélisables par une suite.		**- Inégalité de Bernoulli.**	- Recherche de seuils. - Recherche de valeurs approchées de constantes mathématiques, par exemple π, ln2, √2.
2. Loi binomiale				
◆ Modèle de la succession d'épreuves indépendantes : la probabilité d'une issue $(x_1,\dots,x_n)$ est égale au produit des probabilités des composantes x_i. Représentation par un produit cartésien, par un arbre. ◆ Épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli. ◆ Schéma de Bernoulli : répétition de n épreuves de Bernoulli indépendantes. ◆ Loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$: loi du nombre de succès. Expression à l'aide des coefficients binomiaux. *Estimation : 1,5 semaine*	- Modéliser une situation par une succession d'épreuves indépendantes, ou une succession de deux ou trois épreuves quelconques. Représenter la situation par un arbre. Calculer une probabilité en utilisant l'indépendance, des probabilités conditionnelles, la formule des probabilités totales. - Modéliser une situation par un schéma de Bernoulli, par une loi binomiale. - Utiliser l'expression de la loi binomiale pour résoudre un problème de seuil, de comparaison, d'optimisation relatif à des probabilités de nombre de succès. - Dans le cadre d'une résolution de problème modélisé par une variable binomiale X, calculer numériquement une probabilité du type P(X = k), P(X ⩽ k),	Dans cette partie, on diversifie et on approfondit les modèles probabilistes rencontrés, en exploitant des situations où interviennent les probabilités conditionnelles, l'indépendance, les variables aléatoires. Un axe majeur est l'étude de la succession d'un nombre quelconque d'épreuves aléatoires indépendantes. Le schéma de Bernoulli est fondamental : succession de n épreuves identiques indépendantes à deux issues. L'univers est formalisé par $\{0,1\}^n$ (ou $\{a,b\}^n$) mais il importe d'exploiter la représentation à l'aide d'arbres, et de conserver l'intuition des situations concrètes familières : tirage avec remise dans une urne de Bernoulli, lancers de pièce, etc. L'indépendance des	**- Expression de la probabilité de k succès dans le schéma de Bernoulli.** **- Espérance et variance de la loi binomiale**	- Simulation de la planche de Galton. - Problème de la surréservation. Étant donné une variable aléatoire binomiale X et un réel strictement positif α, détermination du plus petit entier k tel que P(X > k) ⩽ α. - Simulation d'un échantillon d'une variable aléatoire.

	P(k ⩽ X ⩽ k'), en s'aidant au besoin d'un algorithme ; chercher un intervalle I pour lequel la probabilité P(X ∈ I) est inférieure à une valeur donnée α, ou supérieure à 1 - α.	expériences se traduit par la propriété multiplicative : la probabilité d'une liste de résultats est égale au produit des probabilités des résultats. On l'introduit en s'appuyant sur le programme de la classe de première, avant d'enrichir cette approche par de nouveaux outils. Une première étape est la traduction du schéma de Bernoulli en termes de variables aléatoires, ce qui conduit à introduire la notion de variables aléatoires indépendantes, l'indépendance étant prise ici au sens d'indépendance mutuelle.		
3. Vecteurs, droites et plans de l'espace				
◆ Vecteurs de l'espace. Translations. ◆ Combinaisons linéaires de vecteurs de l'espace. ◆ Droites de l'espace. Vecteurs directeurs d'une droite. Vecteurs colinéaires. ◆ Caractérisation d'une droite par un point et un vecteur directeur. ◆ Plans de l'espace. Direction d'un plan de l'espace. ◆ Caractérisation d'un plan de l'espace par un point et un couple de vecteurs non colinéaires. ◆ Bases et repères de l'espace. Décomposition d'un vecteur sur une base. *Estimation : 2 semaines*	- Représenter des combinaisons linéaires de vecteurs donnés. - Exploiter une figure pour exprimer un vecteur comme combinaison linéaire de vecteurs. - Décrire la position relative de deux droites, d'une droite et d'un plan, de deux plans. - Lire sur une figure si deux vecteurs d'un plan, trois vecteurs de l'espace, forment une base. - Lire sur une figure la décomposition d'un vecteur dans une base. - Étudier géométriquement des problèmes simples de configurations dans l'espace (alignement, colinéarité, parallélisme, coplanarité).	Cette section introduit d'emblée le calcul vectoriel dans l'espace, avec les notions qui l'accompagnent : translations, combinaisons linéaires de vecteurs, indépendance linéaire, directions de droites et de plans. Il s'agit de s'appuyer sur la perception de l'espace pour mettre en place une géométrie reliée au calcul vectoriel et adaptée aux besoins des autres disciplines. Les figures formées à partir des solides usuels (cube, pavé, tétraèdre) rencontrés au collège sont des supports privilégiés pour manipuler les notions vectorielles et appréhender la position relative de droites et de plans. Il est important de développer les représentations des objets géométriques,		

		notamment à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, afin de permettre à l'élève d'exercer son regard et de développer sa vision dans l'espace.		
4. Limites de suites				
◆ La suite (u_n) tend vers + ∞ si tout intervalle de la forme [A;+∞[contient toutes les valeurs un à partir d'un certain rang. Cas des suites croissantes non majorées. Suite tendant vers – ∞. ◆ La suite (u_n) converge vers le nombre réel ℓ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang. ◆ Limites et comparaison. Théorèmes des gendarmes. ◆ Opérations sur les limites. ◆ Comportement d'une suite géométrique (q^n) où q est un nombre réel. ◆ Théorème admis : toute suite croissante majorée (ou décroissante minorée) converge. *Estimation : 2 semaines*	- Établir la convergence d'une suite, ou sa divergence vers + ∞ ou – ∞.. - Étudier des phénomènes d'évolution modélisables par une suite.	Les difficultés de mise en forme des concepts sont évoquées, sans constituer le but central de l'enseignement. Le programme s'articule autour des notions de suite et de fonction. Ces deux notions sont intimement liées et le dialogue discret-continu mérite d'être évoqué régulièrement. En classe de première, l'étude des suites est abordée sous un angle essentiellement algébrique. En classe terminale, on commence l'étude de la convergence. La notion de limite est présentée de manière intuitive, en s'appuyant notamment sur la vision géométrique et sur l'écriture décimale. On explicite ensuite les définitions mais la maîtrise complète du formalisme n'est pas un attendu. Les objectifs sont plutôt d'installer une pratique solide des aspects opératoires (détermination de limites) et d'introduire la problématique des théorèmes d'existence, notamment la convergence d'une suite croissante majorée. Lors de l'étude d'une suite, on distingue les aspects globaux	**- Toute suite croissante non majorée tend vers + ∞.** **- Limite de (q^n).** **- Divergence vers + ∞ d'une suite minorée par une suite divergeant vers + ∞.**	- Recherche de seuils. - Recherche de valeurs approchées de constantes mathématiques, par exemple π, ln2, √2.

		des aspects asymptotiques. Les élèves doivent disposer d'un répertoire d'exemples suffisamment riche pour éviter les confusions entre propriétés. Les suites interagissent avec les autres parties du programme. Outre leurs interventions en analyse, de nombreux problèmes de probabilités conduisent naturellement à étudier un modèle probabiliste dépendant d'un entier n.		
5. Orthogonalité et distances dans l'espace				
◆ Produit scalaire de deux vecteurs de l'espace. Bilinéarité, symétrie. ◆ Orthogonalité de deux vecteurs. Caractérisation par le produit scalaire. ◆ Base orthonormée, repère orthonormé. ◆ Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée. Expressions du produit scalaire et de la norme. Expression de la distance entre deux points. ◆ Développement de $\lVert\vec{u}+\vec{v}\rVert^2$, formules de polarisation. ◆ Orthogonalité de deux droites, d'un plan et d'une droite. ◆ Vecteur normal à un plan. Étant donnés un point A et un vecteur non nul $\vec{n}$, plan passant par A et normal à $\vec{n}$. ◆ Projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan. *Estimation : 2 semaines*	- Utiliser le produit scalaire pour démontrer une orthogonalité, pour calculer un angle, une longueur dans l'espace. - Utiliser la projection orthogonale pour déterminer la distance d'un point à une droite ou à un plan. - Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs et mesures : longueur, angle, aire, volume. - Étudier des problèmes de configuration dans l'espace : orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan ; lieux géométriques simples, par exemple plan médiateur de deux points.	L'extension à l'espace du produit scalaire de deux vecteurs donne un outil efficace pour les problèmes de distance et d'orthogonalité. Dans cette section, on continue de combiner les outils algébriques (vecteurs, produit scalaire) et la vision géométrique de l'espace, notamment autour de l'orthogonalité : orthogonalité de deux droites, d'un plan et d'une droite, projection orthogonale sur un plan ou sur une droite.	**- Le projeté orthogonal d'un point M sur un plan $\mathcal{P}$ est le point de $\mathcal{P}$ le plus proche de M.**	

6. Limites de fonctions				
◆ Limite finie ou infinie d'une fonction en + ∞, en – ∞, en un point. Asymptote parallèle à un axe de coordonnées. ◆ Limites faisant intervenir les fonctions de référence étudiées en classe de première : puissances entières, racine carrée, fonction exponentielle. ◆ Limites et comparaison. ◆ Opérations sur les limites. *Estimation : 1,5 semaine*	- Déterminer dans des cas simples la limite d'une suite ou d'une fonction en un point, en ± ∞, en utilisant les limites usuelles, les croissances comparées, les opérations sur les limites, des majorations, minorations ou encadrements, la factorisation du terme prépondérant dans une somme. - Faire le lien entre l'existence d'une asymptote parallèle à un axe et celle de la limite correspondante.	En classe terminale, le thème des fonctions s'enrichit avec un travail autour des notions de limite et de continuité. Le travail sur les limites, de même nature que celui mené sur les suites, combine présentation intuitive et pratique d'exemples élémentaires. Les travaux de Newton et Leibniz révèlent deux visions et deux pratiques différentes du calcul infinitésimal. La justification de telles méthodes nécessitait une mise au point de la notion de limite. Des fondations solides sont proposées dans le Cours d'Analyse de Cauchy (1821, 1823), qui définit précisément la notion de limites et en fait le point de départ de l'analyse. Les opérations sur les limites sont admises. L'utilisation de la composition des limites se fait en contexte.	**- Croissance comparée de $x \mapsto x^n$ et exp en + ∞.**	
7. Complément sur la dérivation, fonctions continues				
◆ Composée de deux fonctions, notation v ○ u. Relation (v ○ u)' = (v' ○ u) × u' pour la dérivée de la composée de deux fonctions dérivables. ◆ Fonction continue en un point (définition par les limites), sur un intervalle. Toute fonction dérivable est continue. ◆ Image d'une suite convergente par une fonction continue.	- Calculer la dérivée d'une fonction donnée par une formule simple mettant en jeu opérations algébriques et composition. - Calculer la fonction dérivée, déterminer les limites et étudier les variations d'une fonction construite simplement à partir des fonctions de référence. - Pour une fonction continue f d'un intervalle dans lui-même, étudier une suite définie par	L'étude de la dérivation, commencée en classe de première, est étendue par l'étude de la dérivée d'une fonction composée et l'introduction de la dérivée seconde. La justification de la continuité ou de la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle n'est pas un objectif du programme. Hormis pour la fonction exponentielle, l'étude de la		

Estimation : 1,5 semaine	une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.	réciproque d'une fonction continue n'est pas au programme.		
8. Représentations paramétriques et équations cartésiennes				
◆ Déterminer une représentation paramétrique d'une droite. Reconnaître une droite donnée par une représentation paramétrique ◆ Déterminer l'équation cartésienne d'un plan dont on connaît un vecteur normal et un point. Reconnaître un plan donné par une équation cartésienne et préciser un vecteur normal à ce plan ◆ Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur un plan donné par une équation cartésienne, ou sur une droite donnée par un point et un vecteur directeur ◆ Dans un cadre géométrique repéré, traduire par un système d'équations linéaires des problèmes de types suivants : décider si trois vecteurs forment une base, déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base, étudier une configuration dans l'espace (alignement, colinéarité, parallélisme, coplanarité, intersection et orthogonalité de droites ou de plans), etc. Dans des cas simples, résoudre le système obtenu et interpréter géométriquement les solutions *Estimation : 1,5 semaine*	- Représentation paramétrique d'une droite. - Équation cartésienne d'un plan.	L'objectif de cette section est de montrer comment la donnée d'un repère, qu'on supposera orthonormé, permet d'établir un lien entre la géométrie de l'espace et les calculs algébriques dans $\mathbb{R}^3$. L'objectif majeur est une bonne maîtrise des représentations paramétriques de droites et des équations de plans.	**- Équation cartésienne du plan normal au vecteur $\vec{n}$ et passant par le point A.**	
9. Fonction logarithme népérien				
◆ Fonction logarithme népérien, notée ln, construite comme réciproque de la fonction exponentielle	- Utiliser l'équation fonctionnelle de l'exponentielle ou du logarithme pour transformer	La fonction logarithme népérien est introduite comme fonction réciproque de la fonction	**- Calcul de la fonction dérivée de la fonction logarithme népérien, la dérivabilité étant**	- Algorithme de Briggs pour le calcul du logarithme

◆ Propriétés algébriques du logarithme ◆ Fonction dérivée du logarithme, variations ◆ Limites en 0 et en + ∞, courbe représentative. Lien entre les courbes représentatives des fonctions logarithme népérien et exponentielle ◆ Croissance comparée du logarithme népérien et de $x \mapsto x^n$ en 0 et en + ∞ *Estimation : 2 semaines*	une écriture, résoudre une équation, une inéquation. - Dans le cadre d'une résolution de problème, utiliser les propriétés des fonctions exponentielle et logarithme	exponentielle étudiée en classe de première. Les élèves s'appuient sur les images mentales des courbes représentatives des fonctions exponentielle et logarithme.	**admise** **- Limite en 0 de $x \mapsto x \ln(x)$**	
10. Primitives				
◆ Équation différentielle $y' = f$. Notion de primitive d'une fonction continue sur un intervalle. Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante ◆ Primitives des fonctions de référence : $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbb{Z}$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$, exponentielle, sinus, cosinus. *Estimation : 1,5 semaine*	- Calculer une primitive en utilisant les primitives de référence et les fonctions de la forme $(v' \circ u) \times u'$.	Cette section introduit la notion d'équation différentielle sur des cas simples. Les élèves découvrent en situation le concept d'équation dont l'inconnue est une fonction. L'équation $y' = f$ est l'occasion de définir la notion de primitive. Par définition, la recherche d'une primitive est l'opération inverse de la dérivation, ce qui permet de traiter les cas usuels par lecture inverse du tableau des dérivées. Il est utile d'admettre ici que toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives, résultat qui est démontré dans la section sur le calcul intégral. On note aussi que, pour certaines fonctions, on ne dispose pas de primitive explicite.	**- Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante**	- Résolution par la méthode d'Euler de $y' = f$
11. Théorème des valeurs intermédiaires et convexité				
◆ Théorème des valeurs intermédiaires. Cas des fonctions continues strictement monotones ◆ Dérivée seconde d'une fonction	- Étudier les solutions d'une équation du type $f(x) = k$: existence, unicité, encadrement - Démontrer des inégalités en	L'étude de la dérivation, commencée en classe de première, est étendue par l'étude de la dérivée d'une	**- Si f'' est positive, alors la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes**	- Méthode de dichotomie.

◆ Fonction convexe sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes. Pour une fonction deux fois dérivable, équivalence admise avec la position par rapport aux tangentes, la croissance de f', la positivité de f'' ◆ Point d'inflexion *Estimation : 2 semaines*	utilisant la convexité d'une fonction. - Esquisser l'allure de la courbe représentative d'une fonction f à partir de la donnée de tableaux de variations de f, de f' ou de f''. - Lire sur une représentation graphique de f, de f' ou de f'' les intervalles où f est convexe, concave, et les points d'inflexion. Dans le cadre de la résolution de problème, étudier et utiliser la convexité d'une fonction.	fonction composée et l'introduction de la dérivée seconde. L'étude des fonctions convexes permet de réinvestir et d'enrichir le travail entamé en classe de première sur les dérivées. Elles donnent l'occasion de raisonner en diversifiant les registres : représentations graphiques, tableaux de variations, expressions symboliques.		- Méthode de Newton, méthode de la sécante.
12. Equations différentielles				
◆ Equation différentielle $y' = ay$, où a est un nombre réel ; allure des courbes. ◆ Équation différentielle $y' = ay + b$. *Estimation : 1,5 semaine*	- Pour une équation différentielle $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) : déterminer une solution particulière constante ; utiliser cette solution pour déterminer toutes les solutions. - Pour une équation différentielle $y' = ay + f$: à partir de la donnée d'une solution particulière, déterminer toutes les solutions.	L'équation $y' = ay + b$ est l'occasion de réinvestir les propriétés de la fonction exponentielle. Lorsque $b = 0$, on remarque que la somme de deux solutions et le produit d'une solution par une constante sont encore solutions. Pour travailler le concept d'équation différentielle, on peut donner d'autres exemples d'équations différentielles, dont on peut donner des solutions sans en faire de résolution complète : $y' = y^2$, $y'' + w^2y = 0$. Aucune connaissance n'est exigible sur ces exemples.	**- Résolution de l'équation différentielle $y' = ay$ où a est un nombre réel**	- Résolution par la méthode d'Euler de $y' = ay + b$
13. Combinatoire et dénombrement				
◆ Principe additif : nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles deux à deux disjoints ◆ Principe multiplicatif : nombre d'éléments d'un produit cartésien. Nombre de k-uplets (ou k -listes) d'un	- Dans le cadre d'un problème de dénombrement, utiliser une représentation adaptée (ensembles, arbres, tableaux, diagrammes) et reconnaître les objets à dénombrer.	Les ensembles considérés dans cette section sont finis mais on introduit dans le cas général (ensembles quelconques) les notions suivantes : couple, triplet, k-uplet (ou k-liste) ; produit	**- Démonstration par dénombrement de la relation :** $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} = 2^n$. **- Démonstrations de la relation**	- Pour un entier n donné, génération de la liste des coefficients $\binom{n}{k}$ à l'aide de la relation de Pascal.

ensemble à n éléments ◆ Nombre des parties d'un ensemble à n éléments. Lien avec les n-uplets de {0,1}, les mots de longueur n sur un alphabet à deux éléments, les chemins dans un arbre, les issues dans une succession de n épreuves de Bernoulli. ◆ Nombre des k-uplets d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments. Définition de n ! Nombre de permutations d'un ensemble fini à n éléments. ◆ Combinaisons de k éléments d'un ensemble à n éléments : parties à k éléments de l'ensemble. Représentation en termes de mots ou de chemins. ◆ Pour $0 \le k \le n$, formules : $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ ◆ Explicitation pour k = 0, 1, 2. Symétrie. Relation et triangle de Pascal. *Estimation : 2 semaines*	- Effectuer des dénombrements simples dans des situations issues de divers domaines scientifiques (informatique, génétique, théorie des jeux, probabilités, etc.).	cartésien de deux, trois, k ensembles ; ensemble A^k des k-uplets d'éléments d'un ensemble A.	**de Pascal (par le calcul, par une méthode combinatoire).**	- Génération des permutations d'un ensemble fini, ou tirage aléatoire d'une permutation. - Génération des parties à 2, 3 éléments d'un ensemble fini.
14. Calcul intégral				
◆ Définition de l'intégrale d'une fonction continue positive définie sur un segment [a,b], comme aire sous la courbe représentative de f. Notation $\int_a^b f(x)dx$. ◆ Théorème : si f est une fonction continue positive sur [a,b], alors la fonction Fa définie sur [a,b] par $\int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f qui	- Estimer graphiquement ou encadrer une intégrale, une valeur moyenne. - Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive, à l'aide d'une intégration par parties. - Majorer (minorer) une intégrale à partir d'une majoration (minoration) d'une fonction par une autre fonction. - Calculer l'aire entre deux	La définition de l'intégrale s'appuie sur la notion intuitive d'aire rencontrée au collège. Les élèves développent une vision graphique de l'intégrale et maîtrisent le calcul approché, en liaison avec la méthode des rectangles et le calcul exact par les primitives.	**- Pour une fonction positive croissante f sur [a,b], la fonction $\int_a^x f(t)dt$ est une primitive de f. Pour toute primitive F de f, relation $\int_a^b f(t)dt$ = F(b) - F(a).** **- Intégration par parties.**	- Méthodes des rectangles, des milieux, des trapèzes - Méthode de Monte-Carlo. - Algorithme de Brouncker pour le calcul de ln(2).

s'annule en a. ◆ Sous les hypothèses du théorème, relation $\int_a^b f(x)dx$ = F(b) - F(a) où F est une primitive quelconque de f. Notation $\left[F(x)\right]_a^b$. ◆ Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives. ◆ Définition par les primitives de $\int_a^b f(x)dx$ lorsque f est une fonction continue de signe quelconque sur un intervalle contenant a et b. ◆ Linéarité, positivité et intégration des inégalités. Relation de Chasles. ◆ Valeur moyenne d'une fonction. ◆ Intégration par parties. *Estimation : 3,5 semaines*	courbes. - Étudier une suite d'intégrales, vérifiant éventuellement une relation de récurrence. - Interpréter une intégrale, une valeur moyenne dans un contexte issu d'une autre discipline.			
15. Somme de variables aléatoires				
◆ Somme de deux variables aléatoires. Linéarité de l'espérance : E(X + Y) = E(X) + E(Y) et E(aX) = aE(X). ◆ Dans le cadre de la succession d'épreuves indépendantes, exemples de variables indépendantes X,Y et relation d'additivité V(X + Y) = V(X) + V(Y). Relation V(aX) = a^2V(X). ◆ Application à l'espérance, la variance et l'écart type de la loi binomiale ◆ Échantillon de taille n d'une loi de probabilité : liste (X_1,…,X_n) de variables indépendantes identiques suivant cette loi. Espérance, variance, écart type de la somme $S_n = X_1 + … + X_n$ et de la moyenne $M_n = S_n /n$.	- Représenter une variable comme somme de variables aléatoires plus simples - Calculer l'espérance d'une variable aléatoire, notamment en utilisant la propriété de linéarité - Calculer la variance d'une variable aléatoire, notamment en l'exprimant comme somme de variables aléatoires indépendantes	Cette section prolonge le programme de la classe de première sur les variables aléatoires en considérant des modèles probabilistes où interviennent deux ou plusieurs variables aléatoires, l'intérêt se portant sur leur somme, et notamment sur l'espérance et la variance de cette somme. Les élèves ont déjà eu l'occasion, dans les classes antérieures, de rencontrer des exemples qui entrent dans ce cadre : lancers de deux dés, tirage de boules numérotées dans une urne (avec ou sans remise), roues de loterie, etc. L'objectif est de rendre l'élève capable d'utiliser la linéarité de		

Estimation : 1,5 semaine		l’espérance pour des variables aléatoires quelconque et l’additivité de la variance pour des variables indépendantes dans diverses situations. Il s’agit de développer l’intuition probabiliste, les compétences de calcul et de raisonnement sur les variables aléatoires. La démonstration de la linéarité de l’espérance nécessite de formaliser les variables aléatoires comme des fonctions sur l’univers et d’utiliser l’expression de l’espérance comme moyenne pondérée sur l’ensemble des issues. Le professeur peut choisir de l’admettre, ou de la justifier sur un exemple. Les variables indépendantes considérées dans le programme sont toujours envisagées dans le cadre de la succession d’épreuves indépendantes. L’hypothèse d’indépendance étant constitutive du modèle considéré, toute question visant à justifier l’indépendance de variables aléatoires données a priori est en dehors des objectifs du programme. L’additivité de la variance pour la somme de deux variables indépendantes est admise. La relation $E(XY) = E(X)E(Y)$ pour des variables indépendantes n’est pas un attendu du programme.		
16. Fonctions trigonométriques				
◆ Fonctions trigonométriques sinus et cosinus : dérivées, variations, courbes	- Résoudre une équation du type $\cos(x) = a$, une inéquation			

représentatives *Estimation : 1 semaine*	de la forme cos(x) ⩽ a sur [-π,π] - Dans le cadre de la résolution de problème, notamment géométrique, étudier une fonction simple définie à partir de fonctions trigonométriques, pour déterminer des variations, un optimum.			
17. Loi des grands nombres				
◆ Inégalité de Bienaymé-Tchebychev. Pour une variable aléatoire X d'espérance μ et de variance V, et quel que soit le réel strictement positif δ : $P(\lvert X - \mu \rvert \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(X)}{\delta^2}$. ◆ Inégalité de concentration. Si M_n est la variable aléatoire moyenne d'un échantillon de taille n d'une variable aléatoire d'espérance μ et de variance V, alors pour tout $\delta > 0$, $P(\lvert M_n - \mu \rvert \geqslant \delta) \leqslant \frac{V}{n\delta^2}$. ◆ Loi des grands nombres. *Estimation : 1 semaine*	-Appliquer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev pour définir une taille d'échantillon, en fonction de la précision et du risque choisi.	L'objectif de cette section est d'une part d'approfondir le sens de l'écart-type comme mesure de dispersion, d'autre part de couronner la partie « Probabilités » par la loi des grands nombres, qui est le premier résultat fondamental de la théorie des probabilités et dont les implications sont considérables. Pour cela, l'outil employé est l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev dont l'idée fondamentale est mise en valeur : l'écart type σ d'une variable aléatoire X est l'unité naturelle pour étudier la dispersion de X autour de son espérance μ ; par construction, il est naturel d'observer des écarts de X à μ en deçà ou au-delà de σ. L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev montre qu'en revanche des écarts de X à μ de quelques σ deviennent improbables. Ce résultat, d'une importance majeure en lui-même, permet de plus d'établir la loi des grands nombres, selon laquelle l'écart entre la		- Calculer la probabilité de $(\lvert S_n - pn \rvert > \sqrt{n})$, où S_n est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$. Comparer avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev. - Simulation d'une marche aléatoire. - Simuler N échantillons de taille n d'une variable aléatoire d'espérance μ et d'écart-type σ. Calculer l'écart type s de la série des moyennes des échantillons observés, à comparer à $\sigma/\sqrt{n}$. Calculer la proportion des échantillons pour lesquels l'écart entre la moyenne et μ est inférieur ou égal à ks, ou à $\sigma/\sqrt{n}$, pour k = 1, 2, 3.

		moyenne d'un échantillon d'une variable aléatoire et l'espérance de cette variable ne dépasse une valeur donnée à l'avance qu'avec une probabilité qui tend vers zéro quand la taille de l'échantillon tend vers l'infini. Il est utile de faire remarquer aux élèves que le caractère universel de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev a pour contrepartie le fait qu'elle est loin d'être optimale : ainsi, elle montre qu'un écart à μ supérieur à 2σ est de probabilité inférieure ou égale à 1/4 alors que les élèves ont découvert par simulation que cette probabilité est souvent majorée par 0,05. En avoir conscience ne diminue pas l'intérêt théorique de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, et permet de mettre en évidence des cas de raisonnement par conditions suffisantes, par exemple la recherche d'une taille d'échantillon pour majorer une probabilité.		