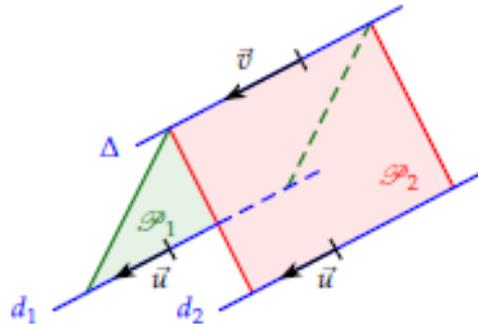


THÉORÈME DU TOIT

Cours

Terminale S

Théorème 4 (théorème du toit) : Si deux plans sont sécants \mathcal{P} et \mathcal{P}' contiennent respectivement deux droites parallèles \mathcal{D} et \mathcal{D}' , leur intersection Δ est parallèle à ces deux droites.



Démonstration : Raisonnons par l'absurde.

On considère que Δ n'est pas parallèle à d_1 ce qui entraîne que Δ n'est pas parallèle à d_2 .

Soit \vec{v} un vecteur directeur de Δ .

- Comme d_1 et d_2 sont parallèles, on appelle \vec{u} leur vecteur directeur.
- Comme Δ n'est pas parallèle à d_1 , \vec{u} et \vec{v} ne sont pas colinéaires donc, comme Δ est contenue dans \mathcal{P}_1 , \vec{u} et \vec{v} sont des vecteurs directeurs du plan \mathcal{P}_1 .
- Comme Δ est aussi contenue dans \mathcal{P}_2 , \vec{u} et \vec{v} sont aussi des vecteurs directeurs du plan \mathcal{P}_2 .
- On en déduit que les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont parallèles, ce qui est contradictoire avec l'hypothèse que \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont sécants.

Par conséquent, Δ est donc parallèle à d_1 et d_2 .