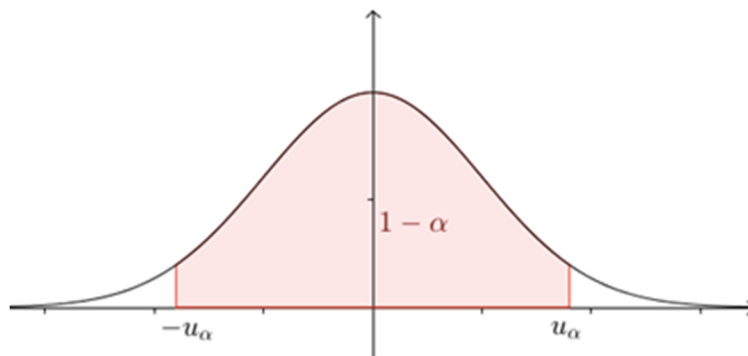




Par symétrie de la courbe de la fonction densité f , on a :

$p(-x \leq X \leq x) = 2 \times p(0 \leq X \leq x) = 2 \int_0^x f(t) dt = 2F(x)$, où F est la primitive de f qui s'annule en 0.

La fonction F est continue et strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$, il en est de même pour la fonction $2F$.

L'aire totale sous la courbe est égale à 1, donc par symétrie, on a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x f(t) dt = \frac{1}{2}$.

Par suite, $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2F(x) = 1$.

Comme la fonction $2F$ est continue et strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$, que $2F(0) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2F(x) = 1$, et que $1 - \alpha$ appartient à $]0 ; 1[$, alors d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, il existe au moins un réel u_α de $[0 ; +\infty[$ tel que $2F(u_\alpha) = 1 - \alpha$.