On considère la fonction f, définie sur $[1\,;+\infty[$ par $f(t)=\dfrac{e^t}{t}$.

1. a. Justifier la continuité de f sur $[1\,;+\infty[$.

b. Montrer que f est croissante sur $[1\,;+\infty[$.

2. **Restitution organisée de connaissances**

On pourra raisonner en s'appuyant sur le graphique fourni.

Pour tout réel x_0 de $[1\,;+\infty[$, on note $A(x_0)$ l'aire du domaine délimité par la courbe représentant f dans un repère orthogonal, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=x_0$.

a. Que vaut $A(1)$?

b. Soit x_0 un réel quelconque de $[1\,;+\infty[$ et h un réel strictement positif. Justifier l'encadrement suivant :

$$f(x_0)\leq \frac{A(x_0+h)-A(x_0)}{h}\leq f(x_0+h).$$

c. Lorsque $x_0\geq 1$, quel encadrement peut-on obtenir pour $h<0$ et tel que $x_0+h\geq 1$?

d. En déduire la dérivabilité en x_0 de la fonction A ainsi que le nombre dérivé en x_0 de la fonction A.

e. Conclure.