

Dans cet exercice, sauf indication contraire, les résultats seront arrondis au centième.

1. La durée de vie, exprimée en années, d'un moteur pour automatiser un portail fabriqué par une entreprise A est une variable aléatoire  $X$  qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ , où  $\lambda$  est un réel strictement positif.

On sait que  $\mathbb{P}(X \leq 2) = 0,15$ . Déterminer la valeur exacte du réel  $\lambda$ .

Dans la suite de l'exercice on prendra 0,081 pour valeur de  $\lambda$ .

2. a. Déterminer  $\mathbb{P}(X \geq 3)$ .

b. Montrer que pour tous réels positifs  $t$  et  $h$ ,  $\mathbb{P}_{\{X \geq t\}}(X \geq t+h) = \mathbb{P}(X \geq h)$ .

c. Le moteur a déjà fonctionné durant 3 ans. Quelle est la probabilité pour qu'il fonctionne encore 2 ans ?

d. Calculer l'espérance de la variable aléatoire  $X$  et donner une interprétation de ce résultat.

3. Dans la suite de cet exercice, on donnera des valeurs arrondies des résultats à  $10^{-3}$  près.

L'entreprise A annonce que le pourcentage de moteurs défectueux dans la production est égal à 1%. Afin de vérifier cette affirmation 800 moteurs sont prélevés au hasard. On constate que 15 moteurs sont détectés défectueux.

Le résultat de ce test remet-il en question l'annonce de l'entreprise A ? Justifier (On pourra s'aider d'un intervalle de fluctuation.)