

# VRAI-FAUX ET QCM

**Les nombres complexes**

**Fiche d'exercices**

## Exercice 1

Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

1) Soient A le point d'affixe  $2 - 5i$  et B le point d'affixe  $7 - 3i$ .

**Proposition 1 :** Le triangle OAB est rectangle isocèle.

2) Soit  $(\Delta)$  l'ensemble des points M d'affixe  $z$  telle que  $|z - i| = |z + 2i|$ .

**Proposition 2 :**  $(\Delta)$  est une droite parallèle à l'axe des réels.

3) Soit  $z = 3 + i\sqrt{3}$ .

**Proposition 3 :** Pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $z^{3n}$  est imaginaire pur.

4) Soit  $z$  un nombre complexe non nul.

**Proposition 4 :** Si  $\frac{\pi}{2}$  est un argument de  $z$  alors  $|i + z| = 1 + |z|$ .

5) Soit  $z$  un nombre complexe non nul.

**Proposition 5 :** Si le module de  $z$  est égal à 1 alors  $z^2 + \frac{1}{z^2}$  est un nombre réel.

## Exercice 2 (Nouvelle-Calédonie, novembre 2013)

Déterminer le module et un argument de  $z$  dans les cas suivants :

a)  $z = \frac{1}{1+i}$  ; b)  $z = \frac{-3}{1-i}$  ; c)  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$  ; d)  $z = \frac{-\sqrt{3}+i}{2+2\sqrt{3}i}$  ;

e)  $z = \frac{1-i}{1+i} e^{2i\frac{\pi}{3}}$  ; f)  $z = \frac{5-5i}{10e^{i\frac{\pi}{4}}}$  ; g)  $z = \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}}$  ; h)  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{e^{i\frac{\pi}{4}}}$  .

## Exercice 3

Déterminer le module et un argument de chaque nombre complexe suivant  $\left( \theta \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[ \right)$  :

a)  $z = \cos \theta - i \sin \theta$  ; b)  $z = \sin \theta - i \cos \theta$  ; c)  $z = 1 + i \tan \theta$  ; d)  $z = \frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\cos \theta - i \sin \theta}$  .

## Exercice 4

Écrire sous forme exponentielle chaque nombre complexe suivant :

$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  ;  $3 - 3i$  ;  $1 - i\sqrt{3}$  .

## Exercice 5

Soit  $z_1 = 1 + i$  et  $z_2 = \sqrt{3} - i$ .

- a) Calculer le module et un argument de  $z_1$  et  $z_2$  .
- b) Écrire sous forme algébrique et trigonométrique le produit  $z_1$  et  $z_2$  .
- c) En déduire les valeurs de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$  .