CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 9	
Dérivée et primitive	***Pour le 13 mars 2019***

Partie A : Efficacité du traitement après une seule injection

1) • $f_1(2)=\frac{2}{2}-\frac{\ln 2}{2^1}=\frac{2-\ln 2}{2}\approx 0,653$. Comme $f_1(2)>0,65$, **la première condition est vérifiée**.

• $f_1(x)=\frac{2-\ln x}{x}$. Comme x appartient à $]0\ ;\ 7]$, alors le signe de $f_1(x)$ dépend de celui de $2-\ln x$. Or $2-\ln x>0$ équivaut à $2>\ln x$, c'est-à-dire à $x<e^2$.
Comme $e^2\approx 7,39$ et que x appartient à $]0\ ;\ 7]$, alors $2-\ln x$ pour tout x de $]0\ ;\ 7]$.
La seconde condition est donc vérifiée.

• $\frac{1}{7-1}\times\int_1^7\frac{2-\ln x}{x}\,dx=\frac{1}{6}\times\int_1^7\frac{2-\ln x}{x}\,dx$.

Posons $u(x)=2-\ln x$, alors $u'(x)=-\frac{1}{x}$. Par suite, $f_1(x)=-u'(x)\times u(x)$.

On en déduit qu'une primitive de f_1 sur $]0\ ;\ 7]$ est définie par $-\frac{1}{2}u^2(x)=-\frac{1}{2}(2-\ln x)^2$.

$$\frac{1}{7-1}\times\int_1^7\frac{2-\ln x}{x}\,dx=\frac{1}{6}\times\int_1^7\frac{2-\ln x}{x}\,dx=\frac{1}{6}\times\left[-\frac{1}{2}(2-\ln x)^2\right]_1^7$$

$$=\frac{1}{6}\times\left(-\frac{1}{2}(2-\ln 7)^2+\frac{1}{2}\times 4\right)=\frac{1}{3}\ln 7-\frac{1}{12}(\ln 7)^2\approx 0,333$$

Donc la concentration moyenne en g/L du médicament dans le sang entre la 1$^{\text{ère}}$ et la 7$^{\text{ième}}$ heure lors de la 1$^{\text{ère}}$ injection est strictement inférieure à 0,6.
La troisième condition n'est donc pas vérifiée.

2) Comme la troisième condition n'est pas vérifiée après une seule injection et que la concentration moyenne en g/L augmentera au fur et à mesure que l'on injectera le produit dans le sang, **il est donc nécessaire de poursuivre ce traitement**.

Partie B : Efficacité du traitement après 3 injections successives

1) Comme F_3 admet la fonction f_3 comme fonction dérivée sur $]0\ ;\ 7]$, alors **F_3 est une primitive de la fonction f_3 sur $]0\ ;\ 7]$**.

2) • $f_3(2)=F_3'(2)=\frac{y_D-y_B}{x_D-x_B}=\frac{4,28-1,54}{5-2}=\frac{2,74}{3}=\frac{137}{150}\approx 0,913$.

Comme $f_3(2)>0,65$, alors **la première condition est vérifiée**.

• D'après le graphique, on remarque la fonction F_3 est strictement croissante sur $]0\ ;\ 7]$.
On en déduit alors que $f_3=F_3'$ est strictement positive sur $]0\ ;\ 7]$. **La seconde condition est donc vérifiée**.

• $\frac{1}{7-1}\times\int_1^7 f_3(x)\,dx=\frac{1}{6}\times[F_3(x)]_1^7=\frac{1}{6}\times(F_3(7)-F_3(1))=\frac{1}{6}\times(y_C-y_A)=\frac{3,92-0,25}{6}\approx 0,61$.
Donc la concentration moyenne en g/L du médicament dans le sang entre la 1$^{\text{ère}}$ et la 7$^{\text{ième}}$ heure lors de la 3$^{\text{ième}}$ injection est strictement supérieure à 0,6. La troisième condition est donc vérifiée.

On peut alors considérer que le traitement est efficace après 3 injections.

C. Lainé