

DEVOIR MAISON N° 9

Dérivée et primitive

Pour le 13 mars 2019

Un laboratoire a mis au point un traitement contre une maladie.

Ce traitement consiste en n injections successives d'un produit dans le sang, n étant un entier strictement positif. Afin de ne pas engendrer d'effets secondaires chez le patient, ces injections sont espacées d'au moins 8 heures.

La concentration du médicament dans le sang, en g/L, x heures après la $n^{\text{ième}}$ injection est modélisée par la fonction f_n définie sur l'intervalle $]0 ; 7]$ par : $f_n(x) = \frac{2}{x} - \frac{\ln x}{x^n}$.

Les observations ont conduit à observer que le traitement est efficace après la $n^{\text{ième}}$ injection si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

- (1) $f_n(2) > 0,65$;
- (2) f_n est strictement positive sur l'intervalle $]0 ; 7]$;
- (3) la concentration moyenne en g/L du médicament dans le sang entre la 1^{ère} et la 7^{ième} heure lors de la $n^{\text{ième}}$ injection est strictement supérieure à 0,6.

On rappelle ici que la valeur moyenne d'une fonction f sur un segment $[a ; b]$ est égale à

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

Dans cet exercice, on teste l'efficacité de ce traitement après une seule injection puis après 3 injections successives.

Partie A : Efficacité du traitement après une seule injection

- 1) La fonction f_1 vérifie-t-elle les conditions (1) (2) et (3) ?
- 2) Est-il nécessaire de poursuivre les injections pour que le traitement soit efficace ?

Partie B : Efficacité du traitement après 3 injections successives

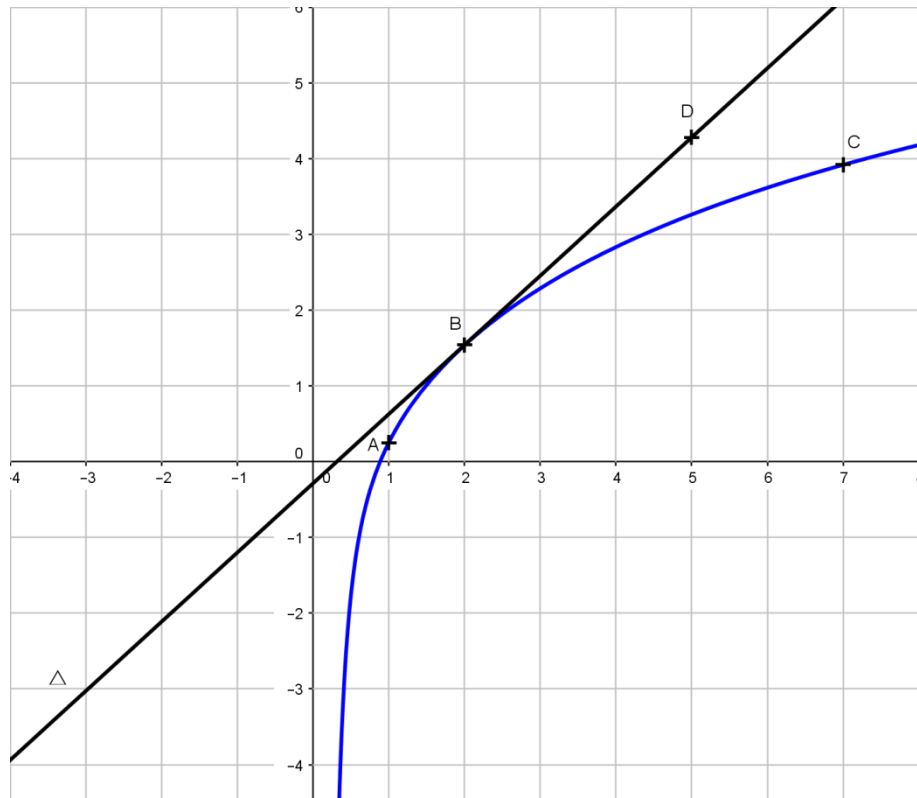
Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Dans cette partie, les coordonnées des points ont été arrondies au centième.

Le graphique ci-dessous représente la courbe Γ d'une fonction F_3 définie et dérivable sur $]0 ; 7]$ qui admet la fonction f_3 comme fonction dérivée sur $]0 ; 7]$.

La courbe Γ passe par les points A (1 ; 0,25), B (2 ; 1,54) et C (7 ; 3,92).

On désigne par Δ la tangente à Γ au point B ; cette tangente passe par le point D de coordonnées (5 ; 4,28).



- 1) Que représente la fonction F_3 pour la fonction f_3 ?
- 2) Par lecture graphique et d'après les données de l'énoncé, peut-on considérer que le traitement est efficace après 3 injections ?

