

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2009

ÉPREUVE DE SPÉCIALITÉ DE MATHÉMATIQUES

Série L

Durée de l'épreuve : 3 heures

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte deux annexes à rendre avec la copie.

Exercice 1 (sur 4 points)

Un supermarché organise une campagne publicitaire en offrant, à chaque client qui passe à la caisse, un ticket de jeu sur lequel il y a une grille de 28 cases.

Chaque grille contient 3 cases noires et 25 cases blanches réparties au hasard parmi les 28 cases ; la couleur de chaque case est cachée et il faut gratter la case pour la découvrir.

La règle du jeu est la suivante :

Chaque joueur gratte deux cases de la grille ;

s'il découvre deux cases noires, il gagne un bon d'achat de 10 € ;

s'il ne découvre qu'une seule case noire, il gagne un bon d'achat de 2 € ;

sinon il ne gagne rien.

On appelle N_1 , N_2 , B_1 et B_2 les événements suivants :

N_1 : « la première case grattée est noire »,

N_2 : « la deuxième case grattée est noire »,

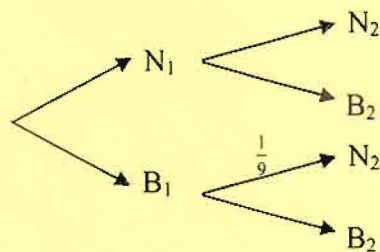
B_1 : « la première case grattée est blanche »,

B_2 : « la deuxième case grattée est blanche ».

Sauf pour la question 2, il est demandé de justifier la réponse à chaque question. Les probabilités demandées seront données sous la forme de fractions irréductibles.

1. a) Un client gratte au hasard une première case.
Quelle est la probabilité qu'il découvre une case blanche ?

b) Un client a découvert une case blanche en grattant la première case.
Démontrer que la probabilité qu'il découvre une case noire en grattant la seconde case est égale à $\frac{1}{9}$.
2. Recopier sur la copie et compléter l'arbre de probabilité suivant (on ne demande pas de justification).



3. Soit E l'événement « le client a gagné un bon d'achat de 10 € » et F l'événement « le client a gagné un bon d'achat de 2 € ».
 - a) Quelle est la probabilité de E ?
 - b) Démontrer que la probabilité de F est égale à $\frac{25}{126}$.

Exercice 2 (sur 6 points)

On considère l'algorithme suivant :

Entrée	: N est un entier naturel
Initialisation	: Donner à P la valeur 0 Donner à U la valeur 4 Donner à S la valeur 4
Traitement	: Tant que $P < N$ <div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px; margin-left: 20px;"> Donner à P la valeur $P + 1$ Donner à U la valeur $4 + 2P$ Donner à S la valeur $S + U$ </div>
Sortie	: Afficher S

1. Faire fonctionner l'algorithme pour $N = 5$.

On fera apparaître les différentes étapes du déroulement de l'algorithme dans un tableau comme ci-dessous à reproduire sur la copie.

	Valeur de P	Valeur de U	Valeur de S
Initialisation	0	4	4
Etape 1	1	6	10
Etape 2	2		
...			
....			
...			
Affichage			

2. On considère la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par : $U_{n+1} = U_n + 2$ et $U_0 = 4$.

a) Calculer U_1 , U_2 et U_3 .

b) Soit p un nombre entier naturel.

Donner, en fonction de p , la valeur de U_p . Calculer U_{21} .

3. On fait fonctionner l'algorithme pour $N = 20$, la valeur affichée par S est alors 504.

Quelle est la valeur affichée par S si on fait fonctionner l'algorithme pour $N = 21$?

4. On fait fonctionner l'algorithme pour un entier naturel N quelconque.

Exprimer la valeur affichée S à l'aide des termes de la suite (U_n) .

Exercice 3 (sur 5 points)

On considère la fonction T définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par :

$$T(x) = 40e^{-0,1x} + 20$$

1. Calculer $T(0)$.
2. On désigne par T' la fonction dérivée de T .
 - a) Pour tout réel x de l'intervalle $[0, +\infty[$, calculer $T'(x)$.
 - b) En déduire que la fonction est décroissante sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0, +\infty[$ l'équation $T(x) = 30$.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

La température du circuit de refroidissement par eau d'une machine est réglée par un système qui se déclenche quand la température de l'eau atteint 60 degrés Celsius et cesse de fonctionner dès qu'elle atteint 30 degrés Celsius.

On admet que la température de l'eau, en degrés Celsius, x secondes après le déclenchement du système est égale à $T(x)$.

Quelle est la durée de la phase de refroidissement du circuit ? On arrondira à la seconde.

Exercice 4 (sur 5 points)

Dans une salle d'un musée, les œuvres d'art sont présentées à l'intérieur de pavés droits en plexiglas. Chaque pavé droit est posé sur sa base carrée et recouvre quatre carreaux carrés du sol.

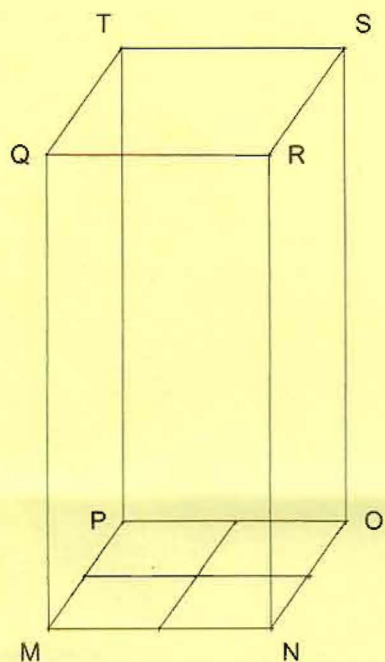
On laissera apparents, dans tout l'exercice, tous les traits de construction et repassera en couleur les représentations demandées.

1. On a représenté en **annexe 1**, le dessin en perspective cavalière du pavé MNOPQRST en plexiglas posé sur le sol.
Le point L représente l'endroit où se trouve la source lumineuse et le point R' est l'ombre du sommet R sur le sol.
Terminer le dessin de l'ombre du pavé en plexiglas sur le sol. On fera apparaître l'ombre de chacune des arêtes du pavé.
2. En **annexe 2**, on a donné les représentations $[mn]$ et $[mq]$ en perspective centrale des arêtes $[MN]$ et $[MQ]$ du pavé en plexiglas, situées dans un plan frontal. Le point ω est le point de fuite principal et le point d_1 un point de distance.
 - a) Terminer, sur l'annexe 2, la représentation du carrelage situé sous le pavé.
 - b) Représenter le pavé.

ANNEXE 1

Cette annexe est à remettre avec la copie

L



R'

ANNEXE 2

Cette annexe est à remettre avec la copie

