

CORRECTION DE L'INTERROGATION N° 4 _ SUJET A

Primitives d'une fonction

Le 26 novembre 2009

1) Une primitive sur $]0 ; +\infty[$ de $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ est $x \mapsto 2\sqrt{x}$.

Une primitive sur $]0 ; +\infty[$ de $x \mapsto x$ est $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$.

D'où les primitives de f sur $]0 ; +\infty[$ sont les fonctions F définies par

$$F(x) = 2 \times 2\sqrt{x} - \sqrt{2} \times \frac{1}{2}x^2 + k, \text{ où } k \text{ est un réel.}$$

Par conséquent, **les primitives F de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$ sont définies par**

$$F(x) = 4\sqrt{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 + k, \text{ où } k \text{ est un réel.}$$

2) Posons $u(x) = 3x - 4$, alors $u'(x) = 3$.

$$\text{D'où } g(x) = 3(3x - 4)^5 = u'(x) \times [u(x)]^5.$$

Alors, les primitives de g sur $\mathbf{R}$ sont les fonctions G définies par

$$G(x) = \frac{1}{5+1} \times u^{5+1}(x) + k = \frac{1}{6} \times [u(x)]^6 + k, \text{ où } k \text{ est un réel.}$$

Par conséquent, **les primitives G de la fonction g sur $\mathbf{R}$ sont définies par**

$$G(x) = \frac{1}{6}(3x - 4)^6 + k, \text{ où } k \text{ est un réel.}$$

3) Posons $u(x) = 7x - 9$, alors $u'(x) = 7$.

$$\text{D'où } h(x) = (7x - 9)^2 = \frac{1}{7} \times 7 \times (7x - 9)^2 = \frac{1}{7} \times u'(x) \times [u(x)]^2.$$

Alors, les primitives de h sur $\mathbf{R}$ sont les fonctions H définies par

$$H(x) = \frac{1}{7} \times \frac{1}{2+1} \times u^{2+1}(x) + k = \frac{1}{21} \times [u(x)]^3 + k, \text{ où } k \text{ est un réel.}$$

Par conséquent, **les primitives H de la fonction h sur $\mathbf{R}$ sont définies par**

$$H(x) = \frac{1}{21}(7x - 9)^3 + k, \text{ où } k \text{ est un réel.}$$

4) Une primitive sur $\mathbf{R}$ de $x \mapsto x^3$ est $x \mapsto \frac{1}{4}x^4$.

Une primitive sur $\mathbf{R}$ de $x \mapsto x^2$ est $x \mapsto \frac{1}{3}x^3$.

Une primitive sur $\mathbf{R}$ de $x \mapsto 1$ est $x \mapsto x$.

D'où les primitives de l sur $\mathbf{R}$ sont les fonctions L définies par $L(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + x + k$,
où k est un réel.

Par conséquent, **les primitives L de la fonction l sur $\mathbf{R}$ sont définies par**

$$L(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + x + k, \text{ où } k \text{ est un réel.}$$