CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 9

Probabilités, loi binomiale	***Pour le 20 avril 2020***

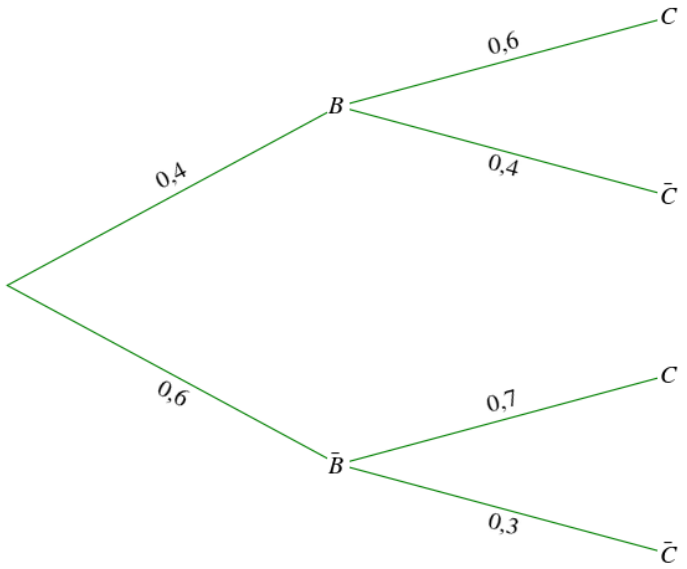
<u>Exercice 1</u> *Antilles, Guyane, septembre 2018*

1) Le grand saladier contient 40 % de billes de chocolat blanc, les autres étant de chocolat noir donc : $p(B)=0,4$ et $p(\overline{B})=1-0,4=0,6$.

Parmi les billes de chocolat blanc, 60 % sont fourrées au café, les autres sont fourrées au praliné donc : $p_B(C)=0,6$ et $p_B(\overline{C})=1-0,6=0,4$.

Parmi les billes de chocolat noir, 70 % sont fourrées au café, les autres sont fourrées au praliné donc : $p_{\overline{B}}(C)=0,7$ et $p_{\overline{B}}(\overline{C})=1-0,7=0,3$.

On obtient l'arbre de probabilités suivant :



2) La probabilité que l'invité prenne une bille fourrée au café est égale à $p(C)$.

Or $p(C)=p(B)\times p_B(C)+p(\overline{B})\times p_{\overline{B}}(C)=0,4\times 0,6+0,6\times 0,7=0,66$; donc **la probabilité que l'invité prenne une bille fourrée au café vaut 0,66**.

3) On est amené à chercher $p_C(B)$.

Or $p_C(B)=\dfrac{p(B\cap C)}{p(C)}=\dfrac{p(B)\times p_B(C)}{p(C)}=\dfrac{0,4\times 0,6}{0,66}\approx 0,364$.

Sachant que la bille est fourrée au café, la probabilité que l'invité ait pris une bille au chocolat blanc est égale à environ 0,364.

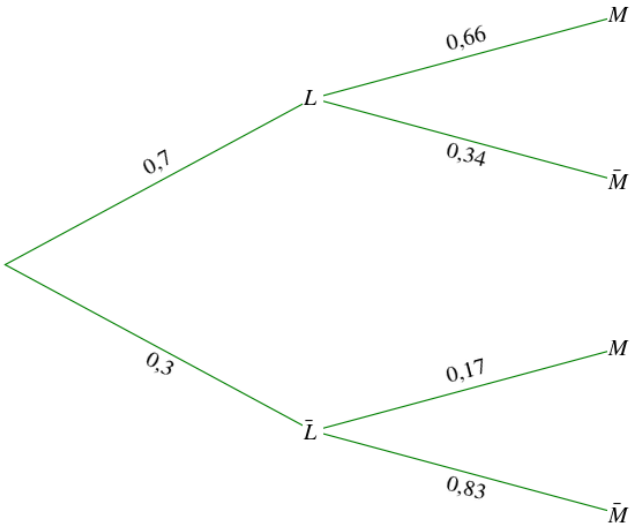
<u>Exercice 2</u> *Amérique du Sud, novembre 2019*

1) 70 % des participants sont licenciés dans un club donc : $\boldsymbol{p(L)=0,7}$.

Parmi les licenciés, 66 % font le parcours en moins de 5 heures, donc : $\boldsymbol{p_L(M)=0,66}$.

Parmi les non licenciés, 83 % font le parcours en plus de 5 heures, donc : $\boldsymbol{p_{\overline{L}}(\overline{M})=0,83}$.

2)



3) La probabilité que le cycliste interrogé soit licencié dans un club et ait réalisé le parcours en moins de 5 heures est égale à $p(L \cap M)$.

Or $p(L \cap M) = p(B) \times p_B(C) = 0,7 \times 0,66 = 0,462$; donc **la probabilité que le cycliste interrogé soit licencié dans un club et ait réalisé le parcours en moins de 5 heures est égale à 0,462**.

4) $\boldsymbol{p(M)} = p(L \cap M) + p(\bar{L}) \times p_{\bar{L}}(M) = 0,462 + 0,3 \times 0,17 = \mathbf{0,513}$.

5) $p_M(L) = \dfrac{p(L \cap M)}{p(M)} = \dfrac{0,462}{0,513} \approx 0,9006$. Comme $p_M(L) > 0,9$, alors **l'organisateur a raison d'affirmer qu'au moins 90 % des cyclistes ayant fait le parcours en moins de 5 heures sont licenciés dans un club**.

6) a) Interroger un cycliste au hasard est une épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0,513$.

Cette épreuve est répétée 10 fois de façon identique et indépendante.

Par conséquent, **X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,513$**.

b) On cherche $p(X = 4)$.

En utilisant la calculatrice, $p(X = 4) = \texttt{binomFdp}(10,0,513,4) \approx 0,194$.

Donc **la probabilité qu'exactement quatre des dix cyclistes aient réalisé le parcours en moins de cinq heures est environ égale à 0,194**.

c) On cherche $p(X \leq 3)$.

En utilisant la calculatrice, $p(X \leq 3) = \texttt{binomFRép}(10,0.513,3) \approx 0,151$.

Donc **la probabilité qu'au plus trois des dix cyclistes aient réalisé le parcours en moins de cinq heures est environ égale à 0,151**.

arcours en moins de cinq heures ?