DEVOIR MAISON N° 6

Convexité	***Pour le 4 février 2020***

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$ par $f(x)=(3x-4)e^{-x}+2$.

1) On désigne par f' la dérivée de la fonction f. Montrer que l'on a, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 4]$, $f'(x)=(7-3x)e^{-x}$.

2) Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle. Toutes les valeurs du tableau seront données sous forme exacte.

3) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$.

b) Donner à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de α à 0,01 près.

4) On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$ par $F(x)=(1-3x)e^{-x}+2x$.

Montrer que, pour tout réel x de $[0\ ;\ 4]$, $F'(x)=f(x)$.

5) On admet que la dérivée seconde de la fonction f est la fonction f'' définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$ par $f''(x)=(3x-10)e^{-x}$.

a) Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

b) Montrer que la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f possède un point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.

DEVOIR MAISON N° 6

Convexité	***Pour le 4 février 2020***

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$ par $f(x)=(3x-4)e^{-x}+2$.

1) On désigne par f' la dérivée de la fonction f. Montrer que l'on a, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 4]$, $f'(x)=(7-3x)e^{-x}$.

2) Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle. Toutes les valeurs du tableau seront données sous forme exacte.

3) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$.

b) Donner à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de α à 0,01 près.

4) On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$ par $F(x)=(1-3x)e^{-x}+2x$.

Montrer que, pour tout réel x de $[0\ ;\ 4]$, $F'(x)=f(x)$.

5) On admet que la dérivée seconde de la fonction f est la fonction f'' définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$ par $f''(x)=(3x-10)e^{-x}$.

a) Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

b) Montrer que la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f possède un point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.