CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 2

Dérivation	*Pour le 8 octobre 2019*

Exercice n° 8 page 67

$g(x)=(3x-1)\sqrt{x}$. On a : $g=u\times v$ avec $u(x)=3x-1$ et $v(x)=\sqrt{x}$.

g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.

D'où : $g'=u'\times v+u\times v'$ avec $u'(x)=3$ et $v'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Par conséquent, $\boldsymbol{g'(x)}=3\times\sqrt{x}+(3x-1)\times\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=\dfrac{6x}{2\sqrt{x}}+\dfrac{3x-1}{2\sqrt{x}}=\boldsymbol{\dfrac{9x-1}{2\sqrt{x}}}$.

Exercice n° 39 page 75

$f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+3}$. On a : $f=\dfrac{u}{v}$ avec $u(x)=x^2-4$ et $v(x)=x^2+3$.

f est dérivable sur $\mathbb{I}$ en tant que fonction rationnelle.

D'où : $f'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u(x)=2x-0=2x$ et $v'(x)=2x+0=2x$.

Par conséquent, $\boldsymbol{f'(x)}=\dfrac{(2x)\times(x^2+3)-(x^2-4)\times(2x)}{(x^2+3)^2}=\dfrac{2x(x^2+3-x^2+4)}{(x^2+3)^2}=\boldsymbol{\dfrac{14x}{(x^2+3)^2}}$.

Exercice n° 46 page 75

1) $f(x)=\dfrac{4x+5}{x^2-1}$. On a : $f=\dfrac{u}{v}$ avec $u(x)=4x+5$ et $v(x)=x^2-1$.

f est dérivable sur $\mathbb{I}$ en tant que fonction rationnelle.

D'où : $f'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$ avec $u(x)=4$ et $v'(x)=2x-0=2x$.

Par conséquent, $\boldsymbol{f'(x)}=\dfrac{4\times(x^2-1)-(4x+5)\times(2x)}{(x^2-1)^2}=\dfrac{4x^2-4-8x^2-10x}{(x^2-1)^2}=\boldsymbol{\dfrac{-4x^2-10x-4}{(x^2-1)^2}}$.

2) $\Delta=b^2-4ac=(-10)^2-4\times(-4)\times(-4)=36$.

Comme $\Delta<0$, alors l'expression $-4x^2-10x-4$ admet deux racines :

$\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{10-\sqrt{36}}{-8}=-0{,}5$ et $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{10+\sqrt{36}}{-8}=-2$.

On en déduit que :

x	$-\infty$		-2		-1
$-4x^2-10x-4$		$-$	0	$+$	‖

3) Comme $(x^2-1)^2$ est strictement positif pour tout réel x, alors le signe de $f'(x)$ est le même que celui de $-4x^2-10x-4$.

D'après la question précédente, on en déduit que **f est strictement décroissante sur $]-\infty\,;-2]$ et strictement croissante sur $[-2\,;+\infty[$**.

Par suite, **f admet un minimum égal à** $f(-2)=\dfrac{-8-5}{4-1}=\boldsymbol{-\dfrac{13}{3}}$**, atteint en -2**