

# DEVOIR SURVEILLÉ N° 1

**Divisibilité, congruences**

**Le 6 novembre 2018**

## **Exercice 1** (3 points) **VRAI OU FAUX** (justifier)

Soient  $n$  et  $p$  deux entiers naturels.

- 1) Si  $n$  a pour reste 2 dans la division euclidienne par 7 alors  $2n$  a pour reste 14 dans la division euclidienne par 7.
- 2) Si 5 divise  $np$  alors 5 divise  $n$  et 5 divise  $p$ .
- 3) Si le reste dans la division euclidienne de  $n$  par  $p$  est 3 alors le reste dans la division euclidienne de  $n^2$  par  $p$  est 9.

## **Exercice 2** (8 points)

Les deux questions qui suivent sont indépendantes.

- 1) On divise 63 par un entier naturel  $b$  ; le reste est 17.  
Donner toutes les valeurs possibles du quotient  $q$  et du diviseur  $b$ .
- 2) Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $7^n - 2^n$  est un multiple de 5.
- 3) Déterminer le reste de la division euclidienne de  $6^{2018}$  par 7.
- 4) Déterminer le reste de la division euclidienne de  $2012 \times 2011 \times 2010$  par 7.

## **Exercice 3** (3 points)

Le R.I.B. (Relevé d'Identité Bancaire) est un nombre  $N$  constitué de gauche à droite de la façon suivante :

Code de la banque	Code du guichet	Numéro du compte	Clé
5 chiffres	5 chiffres	11 chiffres	2 chiffres

Pour calculer la clé de contrôle d'un RIB, on considère le nombre  $a$  formé par les 21 premiers chiffres ; on calcule le reste  $r$  de la division euclidienne de  $N = 100 \times a$  par 97 ; la clé RIB est  $97 - r$ .

Calculer à l'aide de la calculatrice la clé du RIB suivant :

Code de la banque	Code du guichet	Numéro du compte	Clé
12345	25896	35715942681	?

#### **Exercice 4** (6 points)

Sur les billets de banque en euros figure un code de 11 chiffres précédé d'une lettre. On remplace la lettre par son rang dans l'alphabet habituel comportant 26 lettres. On obtient ainsi un nombre à 12 ou 13 chiffres et on cherche le reste de la division de ce nombre par 9. Ce reste est le même pour tous les billets authentiques et vaut 8.

Exemple :



Code : s00212913862  
Rang dans l'alphabet de la  
lettre s : 19  
Nombre obtenu :  
1900212913862

- 1) Le code  $u01308937097$  figure sur un billet de banque.
  - a) Donner le nombre à 13 chiffres correspondant à ce code.
  - b) Calculer le reste de la division par 9 de la somme des 13 chiffres de ce nombre.
  - c) Que peut-on dire de ce billet ?
- 2) Sur un billet authentique figure le code  $s0216644810x$ ,  $x$  pour le dernier chiffre illisible. Montrer que  $x + 42$  est congru à 8 modulo 9. En déduire  $x$ .
- 3) Sur un autre billet authentique la partie du code formé par les 11 chiffres est 16122340242, mais la lettre qui les précède est effacée. On appelle  $n$  le rang dans l'alphabet de la lettre effacée.
  - a) Déterminer les valeurs possibles de  $n$ .
  - b) Quelles sont les possibilités pour la lettre effacée ?