

DEVOIR SURVEILLÉ N° 3

**Coloration d'un graphe et
algorithme de Dijkstra**

Le 12 décembre 2007

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. N'oubliez pas de souligner (ou d'encadrer) vos résultats.

Exercice 1 (10 points) *Liban, juin 2007*

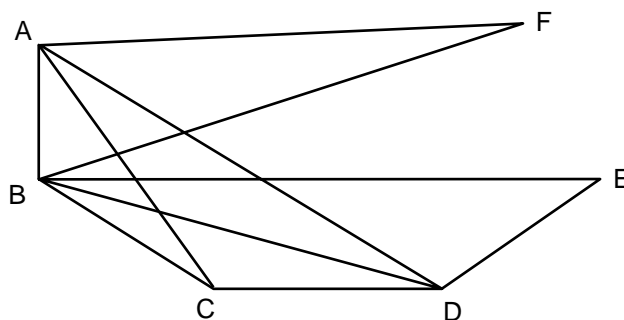
Une grande ville a créé un jardin pédagogique sur le thème de l'écologie, jardin qui doit être visité par la suite par la majorité des classes de cette ville.

Ce jardin comporte six zones distinctes correspondant aux thèmes :

- | | | |
|--------------------------|------------------------|------------------------------------|
| A. Eau | B. Économie d'énergies | C. Plantations et cultures locales |
| D. Développement durable | E. Biotechnologies | F. Contes d'ici (et d'ailleurs) |

Ces zones sont reliées par des passages (portes) où sont proposés des questionnaires.

Le jardin et les portes sont représentés par le graphe ci-dessous (chaque porte et donc chaque questionnaire est représenté par une arête).



question préliminaire :

Si un visiteur répond à tous les questionnaires, à combien de questionnaires aura-t-il répondu ?

Partie A

- 1) Donner la matrice G associée à ce graphe.
- 2) Le graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier.
- 3) Peut-on parcourir le jardin en répondant à tous les questionnaires et sans repasser deux fois devant le même questionnaire :
 - a) en commençant la visite par n'importe quelle zone ?
 - b) en commençant la visite par la zone C (plantations et cultures) ? Dans ce cas, si la réponse est positive, quelle sera la dernière zone visitée ?.(Dans les deux cas, a et b, justifiez votre réponse.)

Partie B

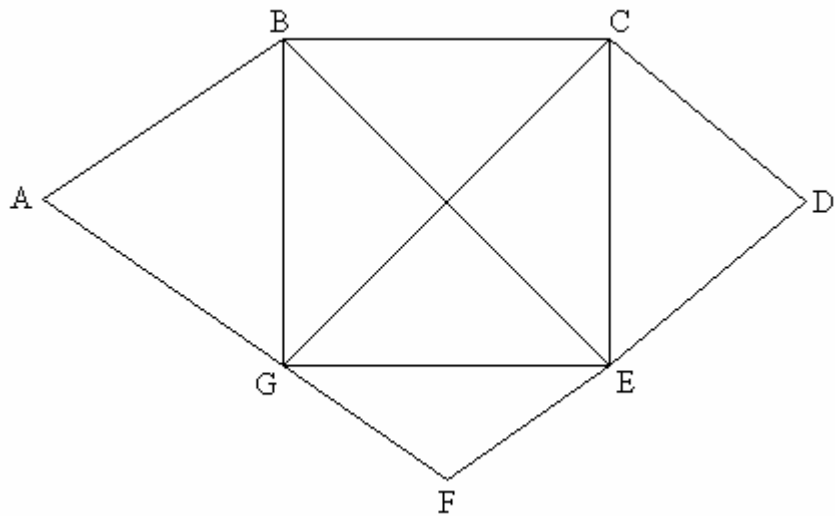
Pour illustrer chaque zone et présenter légendes et commentaires, les enfants ont décidé d'utiliser des supports de couleurs différentes.

Pour limiter le nombre de couleurs, on utilise des couleurs différentes seulement si les zones sont limitrophes (avec un passage entre les deux).

- 1) Donner et justifier un encadrement du nombre chromatique de ce graphe.
- 2) Déterminer alors en utilisant un algorithme adapté le nombre chromatique de ce graphe et proposer une répartition des couleurs.

Exercice 2 (10 points) *France, juin 2004*

Le graphe ci-dessous indique, sans respecter d'échelle, les parcours possibles entre les sept bâtiments d'une entreprise importante.



Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance. Ses temps de parcours en minutes entre deux bâtiments sont les suivants :

AB : 16 minutes ; AG : 12 minutes ; BC : 8 minutes ; BE : 12 minutes ;

BG : 8 minutes ; CD : 7 minutes ; CE : 4 minutes ; CG : 10 minutes ;

DE : 2 minutes ; EF : 8 minutes ; EG : 15 minutes ; FG : 8 minutes.

Sur chaque arête, les temps de parcours sont indépendants du sens du parcours.

Tous les matins, l'agent de sécurité part du bâtiment A et se rend au bâtiment D.

En utilisant un algorithme que l'on explicitera, déterminer le chemin qu'il doit suivre pour que son temps de parcours soit le plus court possible, et donner ce temps de parcours.