

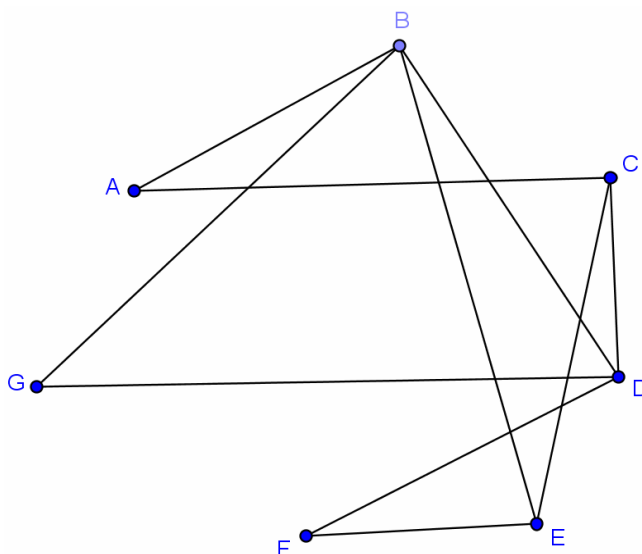
DEVOIR MAISON N° 5

Graphes

Pour le 19 décembre 2007

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. N'oubliez pas de souligner (ou d'encadrer) vos résultats.

Sur le graphe ci-dessous, les sept sommets A, B, C, D, E, F et G correspondent à sept villes. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une liaison entre les deux villes correspondantes.



Les questions 1,2 et 3 sont indépendantes.

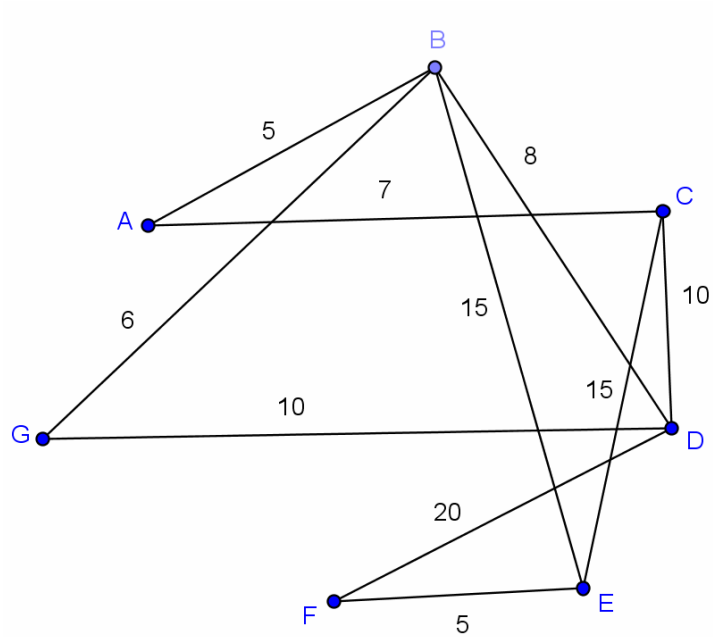
- 1) Est-il possible de trouver un trajet, utilisant les liaisons existantes, qui part d'une des sept villes et y revient en passant une fois et une seule fois par toutes les autres villes ?
- 2) On note M la matrice associée au graphe ci-dessus. Les sommets sont rangés suivant l'ordre alphabétique.

$$\text{On donne } M^{\circ} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 6 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 1 & 10 & 9 & 1 & 5 \\ 6 & 1 & 0 & 9 & 8 & 0 & 3 \\ 1 & 10 & 9 & 2 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 9 & 8 & 1 & 0 & 6 & 3 \\ 4 & 1 & 0 & 7 & 6 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Donner le nombre de chemins de longueur 3 qui relient le sommet A au sommet F. Les citer tous. Aucune justification n'est demandée.

- 3) On donne ci-dessous et sur le graphe ci-dessus les distances exprimées en centaine de kilomètres entre deux villes pour lesquelles il existe une liaison :

AB : 5 ; AC : 7 ; BD : 8 ; BE : 15 ; BG : 6 ; CD : 10 ; CE : 15 ; DF : 20 ; DG : 10 ; EF : 5.



Un représentant de commerce souhaite aller de la ville A à la ville F.
 En expliquant la méthode utilisée, déterminer le trajet qu'il doit suivre pour que la distance parcourue soit la plus courte possible et donner cette distance.