

CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 4

Coloration d'un graphe

Pour le 28 novembre 2007

Exercice donné au BAC, lors de la session de juin 2003, en France métropolitaine.

1) Matrice associée au graphe Γ :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2) Le sous-graphe de Γ , constitué des sommets A, E, F et G, est complet car les sommets de ce sous-graphe sont deux à deux adjacents.
Le nombre chromatique $\chi(\Gamma)$ est alors supérieur ou égal au nombre de sommets de ce sous-graphe complet : $\chi(\Gamma) \geq 4$.

3) F est un sommet de degré 6, c'est le sommet de plus haut degré de Γ ; on a alors : $4 \leq \chi(\Gamma) \leq 7$.

4) Le point F est colorié en bleu
Les points E et D sont coloriés en vert
Les points G et B sont coloriés en rouge
Les points A et C sont coloriés en jaune.
On a ainsi colorié le graphe Γ et on en déduit que $\chi(\Gamma) = 4$.

5) On doit donc prévoir 4 parties du concert.

Proposition d'une répartition des musiciens :

- partie 1 : Robert Fripe (F)
- partie 2 : Jimi Endisque (E) et Bob Ditlâne (D)
- partie 3 : John Biaisé (B) et Rory Garaguerre (G)
- partie 4 : Phil Colline (C) et Luther Allunison (A)