

## DEVOIR MAISON N° 4

Coloration d'un graphe

Pour le 28 novembre 2007

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. N'oubliez pas de souligner (ou d'encadrer) vos résultats.*

Un concert de solidarité est organisé dans une grande salle de spectacle.

A ce concert sont conviés sept artistes de renommée internationale : Luther Allunison (A), John Biase (B), Phil Colline (C), Bob Ditlâne (D), Jimi Endisque (E), Robert Fripe (F) et Rory Garaguerre (G). Les différents musiciens invités refusant de jouer avec certains autres, l'organisateur du concert doit prévoir plusieurs parties de spectacle.

Les arêtes du graphe  $\Gamma$ , donné en annexe, indiquent quels sont les musiciens qui refusent de jouer entre eux.

1) Déterminer la matrice associée au graphe  $\Gamma$  (les sommets de  $\Gamma$  étant classés dans l'ordre alphabétique).

2) Quelle est la nature du sous-graphe de  $\Gamma$  constitué des sommets A, E, F et G ?

Que peut-on en déduire pour le nombre chromatique  $\chi(\Gamma)$  du graphe  $\Gamma$  ?

3) Quel est le sommet de plus haut degré de  $\Gamma$  ?

En déduire un encadrement de  $\chi(\Gamma)$ .

4) Après avoir classé l'ensemble des sommets de  $\Gamma$  par ordre de degré décroissant, colorier le graphe  $\Gamma$  figurant en annexe.

5) Combien de parties l'organisateur du concert doit-il prévoir ?

Proposer une répartition des musiciens pour chacune de ces parties.

### Annexe

