

DEVOIR MAISON N° 3

**Graphes : chaînes et cycles eulériens,
graphe connexe et matrice associée
à un graphe**

Pour le 7 novembre 2007

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. N'oubliez pas de souligner (ou d'encadrer) vos résultats.

Exercice 1

Cinq pays sont situés sur une île.

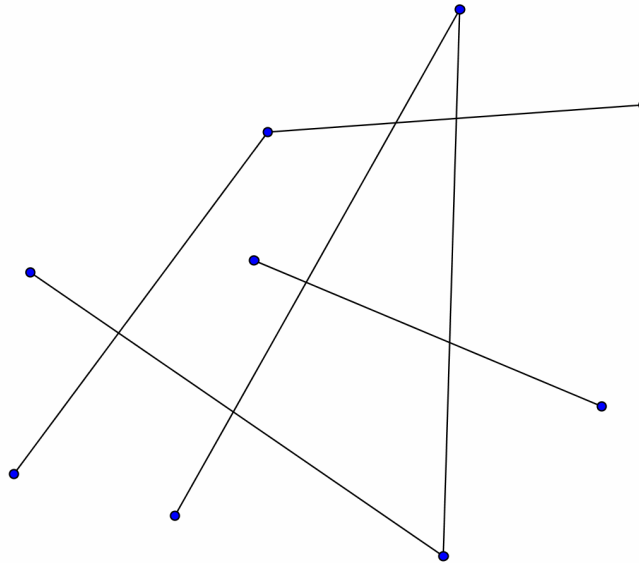
Pour se rendre d'un pays à un autre, on peut traverser une frontière mais pas passer par la mer.

1) Peut-on partir d'un pays et arriver à un autre en ayant franchi chaque frontière une fois et une seule ? Peut-on le faire (ou ne pas le faire) quel que soit le pays de départ ?

2) Peut-on partir d'un pays et y revenir en ayant franchi chaque frontière une fois et une seule ? Peut-on le faire (ou ne pas le faire) quel que soit le pays de départ ?

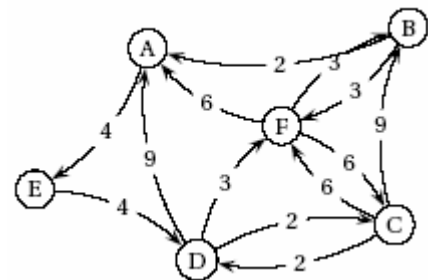
Exercice 2

Transformer le graphe suivant en lui rajoutant un nombre minimal d'arêtes pour qu'il soit connexe.



Exercice 3

Un livreur d'une société de vente à domicile doit, dans son après-midi, charger son camion à l'entrepôt noté A, livrer cinq clients que nous noterons B, C, D, E et F, puis retourner à l'entrepôt. Le réseau routier, tenant compte des sens de circulation, et les temps de parcours (en minutes) sont indiqués sur le graphe G suivant :



- 1) Donner la matrice M associée au graphe G .
- 2) À l'aide de la calculatrice, déterminer M^6 .
- 3) On s'intéresse aux chemins partant de l'entrepôt A et se terminant en A .
 - a) Combien existe-t-il de chemins de longueur 6 reliant A à A ?
 - b) Citer ces chemins.
 - c) Parmi ceux qui passent par tous les sommets du graphe, lequel minimise le temps de parcours ?
 - d) Quelle conséquence peut tirer le livreur du dernier résultat ?