CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 2

Suites	*Pour le 24 octobre 2007*

Exercice 1

1) a) Une augmentation de 20 % correspond à un coefficient multiplicateur égal à 1,2.
Or $20 \times 1{,}2 = 24$, alors **les cèdres de Mr Dujardin mesureront 24 cm au bout d'un an**.
De plus, $24 \times 1{,}2 = 28{,}8$; d'où, **les cèdres de Mr Dujardin mesureront 28,8 cm au bout de deux ans**.

b) D'après l'énoncé, $\boldsymbol{t_{n+1} = t_n \times}$ **, pour tout entier naturel *n***.
On en déduit que **la suite (t_n) est une suite géométrique de raison $q =$ et de premier terme $t_0 = 20$**.

c) D'après la question précédente, on peut en conclure que :
pour tout entier naturel *n*, $t_n = t_0 \times q^n = \mathbf{20 \times (1{,}2)^n}$.

d) Calculons t_{15} : $t_{15} = 20 \times (1{,}2)^{15} \simeq 308$.
Par conséquent, **un cèdre mesurera environ 3,08 mètres au bout de 15 ans**.

2) a) D'après l'énoncé, $\boldsymbol{c_{n+1} = c_n +}$ **, pour tout entier naturel *n***.
On en déduit que **la suite (c_n) est une suite arithmétique de raison $r =$ et de premier terme $c_0 = 13$**.

b) D'après la question précédente, on peut en conclure que :
pour tout entier naturel *n*, $c_n = c_0 + nr = \mathbf{13 + 0{,}7n}$.

c) Calculons c_{15} : $c_{15} = 13 + 15 \times 0{,}7 = 23{,}5$.
Par conséquent, **l'entretien d'un cèdre coûtera 23,5 euros la 15$^{\text{ème}}$ année**.

d) Le coût total de l'entretien pendant les 15 ans est égal à :

$$S = c_0 + c_1 + c_2 + \ldots + c_{15}.$$

Or $c_0 + c_1 + c_2 + \ldots + c_{15} = \dfrac{(c_0 + c_{15}) \times 16}{2} = 8 \times (13 + 23{,}5) = 292$
Par conséquent, **le cèdre que Mr Dujardin a gardé 15 ans, lui a coûté au total 292 euros**.

Exercice 2

1) S est la somme des 11 termes consécutifs d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\dfrac{1}{3}$.

D'où : $\boldsymbol{S} = 1 \times \dfrac{1 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^{11}}{1 - \dfrac{1}{3}} = \dfrac{1 - \dfrac{1}{3^{11}}}{\dfrac{2}{3}} = \mathbf{\dfrac{3\left(1 - \dfrac{1}{3^{11}}\right)}{2} \simeq 1{,}5}$.

2) T est la somme des termes d'une suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 20$ et de raison $r = 5$.
Cherchons le nombre de termes de cette somme.
On sait que : $u_n = u_0 + nr = 20 + 5n$, pour tout entier naturel *n*.

C. Lainé

Cherchons l'entier naturel n_0 tel que $u_{n_0} = 1000$, c'est-à-dire résolvons l'équation $20 + 5n = 1000$.

Or $20 + 5n = 1000$ équivaut à $5n = 1000 - 20 = 980$, ou encore à $n = \frac{980}{5} = 196$.

La somme T comporte donc 197 termes.

Par conséquent, $\boldsymbol{T} = \frac{197 \times (20 + 1000)}{2} = \mathbf{100\,470}$.

C. Lainé