

DEVOIR MAISON N° 10

Graphes probabilistes et suites

Pour le 2 avril 2008

Les questions 1 et 2 peuvent être traitées de façon indépendante.

1) Dans une région, on considère trois types de temps : beau, variable, pluvieux.

On sait que :

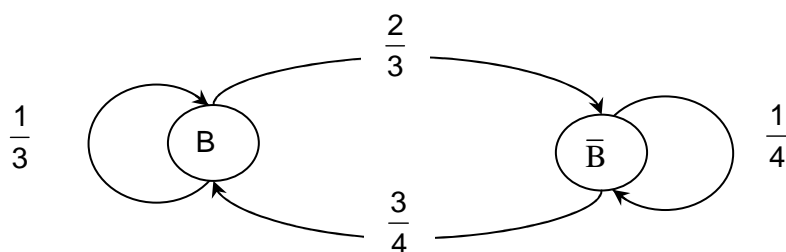
- S'il fait beau un jour donné, la probabilité qu'il fasse beau le lendemain est $\frac{1}{3}$ et la probabilité qu'il pleuve est $\frac{1}{6}$.
- Si le temps est variable, la probabilité qu'il soit variable le lendemain est $\frac{1}{4}$ et la probabilité qu'il pleuve est $\frac{1}{2}$.
- S'il pleut, la probabilité qu'il pleuve le lendemain est $\frac{1}{4}$ et la probabilité qu'il fasse beau est $\frac{1}{2}$.

On note B : « le temps est beau » ; V : « le temps est variable » ; P : « le temps est pluvieux ».

- Représenter la situation par un graphe probabiliste.
- Donner la matrice de transition de ce graphe. Les sommets B , V , P seront rangés dans cet ordre.
- Pour tout entier naturel n , l'état probabiliste dans n jours est défini par la matrice ligne $P_n = (b_n \ v_n \ p_n)$ où b_n désigne la probabilité qu'il fasse beau dans n jours, v_n la probabilité que le temps soit variable dans n jours et p_n la probabilité qu'il pleuve dans n jours. Aujourd'hui il fait beau, on a donc $P_0 = (1 \ 0 \ 0)$ matrice ligne décrivant l'état initial. Déterminer la probabilité de chaque type de temps dans 2 jours.

2) Dans une autre région, on note B : « il fait beau », \bar{B} : « il ne fait pas beau ».

Les variations du temps sont représentées par le graphe suivant :



- Donner la matrice de transition T de ce graphe.
- Soit $Q = (x \ y)$ avec $x + y = 1$. Déterminer x et y tels que $Q = QT$ et interpréter le résultat.