Contenus	Contenus détaillés	Démonstrations	Problèmes possibles
1. Nombres complexes : point de vue algébrique			
◆ Ensemble ℂ des nombres complexes. Partie réelle et partie imaginaire. Opérations. ◆ Conjugaison. Propriétés algébriques. ◆ Inverse d'un nombre complexe non nul. ◆ Formule du binôme dans ℂ. *Estimation : 3 semaines*	- Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes. - Résoudre une équation linéaire $az = b$. - Résoudre une équation simple faisant intervenir z et $\overline{z}$.	- Conjugué d'un produit, d'un inverse, d'une puissance entière. - Formule du binôme.	- Suite de nombres complexes définie par $z_{n+1} = az_n + b$.
2. Matrices : partie 1			
◆ Notion de matrice (tableau de nombres réels). Matrice carrée, matrice colonne, matrice ligne. Opérations. Inverse, puissances d'une matrice carrée. ◆ Exemples de calcul de puissances de matrices carrées d'ordre 2 ou 3. *Estimation : 3 semaines*	- Calculer l'inverse d'une matrice carrée. - Calculer les puissances d'une matrice carrée.		
3. Arithmétique : divisibilité et congruences			
◆ Divisibilité dans ℤ. ◆ Division euclidienne d'un élément de ℤ par un élément de ℕ*. ◆ Congruences dans ℤ. Compatibilité des congruences avec les opérations. *Estimation : 3 semaines*	- Déterminer les diviseurs d'un entier. - Résoudre une congruence $ax \equiv b\ [n]$. - Établir et utiliser des tests de divisibilité. - Résoudre des équations diophantiennes simples.		- Problèmes de codage (codes-barres, code ISBN, clé du RIB, code Insee).
4. Nombres complexes : point de vue géométrique			
◆ Image d'un nombre complexe. Image du conjugué. Affixe d'un point, d'un vecteur. ◆ Module d'un nombre complexe. Interprétation géométrique.	- Déterminer le module et les arguments d'un nombre complexe. - Représenter un nombre complexe par un point. Déterminer l'affixe d'un point. - Dans le cadre de la résolution de problème, utiliser les nombres complexes pour étudier des	- Formule $\|z\|^2 = z\overline{z}$. - Module d'un produit. - Module d'une puissance.	- Suite de nombres complexes définie par $z_{n+1} = az_n + b$. - Inégalité triangulaire pour deux nombres complexes ; cas d'égalité.

◆ Relation $\lvert z\rvert^2 = z\bar{z}$. Module d'un produit, d'un inverse. ◆ Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1. Stabilité de $\mathbb{U}$ par produit et passage à l'inverse. ◆ Arguments d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique. ◆ Forme trigonométrique. *Estimation : 3 semaines*	configurations du plan : démontrer un alignement, une orthogonalité, calculer des longueurs, des angles, déterminer des ensembles de points.		- Étude expérimentale de l'ensemble de Mandelbrot, d'ensembles de Julia.
5. Matrices : partie 2			
◆ Exemples de représentations matricielles : transformations géométriques du plan ; systèmes linéaires ; suites récurrentes. ◆ Exemples de calcul de puissances de matrices carrées d'ordre 2 ou 3. ◆ Suite de matrices colonnes (Un) vérifiant une relation de récurrence du type $Un+1 = AUn + C$. *Estimation : 2 semaines*	- Modéliser une situation par une matrice. - Dans le cadre de la résolution de problèmes, utiliser le calcul matriciel, notamment l'inverse et les puissances d'une matrice carrée, pour résoudre un système linéaire, étudier une suite récurrente linéaire.		- Interpolation polynomiale - Modèle « proie-prédateur » discrétisé : évolution couplée de deux suites récurrentes. - Algorithme PageRank.
6. Arithmétique : PGCD, nombres premiers			
◆ PGCD de deux entiers. Algorithme d'Euclide. ◆ Couples d'entiers premiers entre eux. ◆ Théorèmes de Bézout et de Gauss. ◆ Nombres premiers. Leur ensemble est infini. ◆ Existence et unicité de la décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers. ◆ Petit théorème de Fermat. *Estimation : 3 semaines*	- Déterminer le PGCD de deux entiers. - Établir et utiliser des tests de divisibilité, étudier la primalité de certains nombres, étudier des problèmes de chiffrement.	- Écriture du PGCD de a et b sous la forme $ax + by$, $(x,y) \in \mathbb{Z}^2$. - Théorème de Gauss. - L'ensemble des nombres premiers est infini.	**Exemples d'algorithmes** - Algorithme d'Euclide de calcul du PGCD de deux nombres et calcul d'un couple de Bézout. - Crible d'Ératosthène. - Décomposition en facteurs premiers. **Problèmes possibles** - Lemme chinois et applications à des situations concrètes. - Étude de tests de primalité : notion de témoin, nombres de Carmichaël.

			- Recherche de nombres premiers particuliers (Mersenne, Fermat). - Étude du système cryptographique RSA. - Étude des sommes de deux carrés par les entiers de Gauss. - Étude de l'équation de Pell-Fermat. - Détermination des triplets pythagoriciens. - Exemples simples de codes correcteurs. - Étude du système cryptographique RSA.
7. Nombres complexes : formules de trigonométrie, forme exponentielle			
◆ Formules d'addition et de duplication à partir du produit scalaire. ◆ Exponentielle imaginaire, notation $e^{i\theta}$. Relation fonctionnelle. Forme exponentielle d'un nombre complexe. ◆ Formules d'Euler. ◆ Formule de Moivre. ◆ Racines n-ièmes de l'unité. Description de l'ensemble $\mathbb{U}_n$ des racines n-ièmes de l'unité. Représentation géométrique. Cas particuliers : n = 2, 3, 4. *Estimation : 3 semaines*	- Passer de la forme algébrique d'un nombre complexe à sa forme trigonométrique ou exponentielle et inversement. - Effectuer des calculs sur des nombres complexes en choisissant une forme adaptée, en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes. - Utiliser les formules d'Euler et de Moivre pour transformer des expressions trigonométriques, dans des contextes divers (intégration, suites, etc.), calculer des puissances de nombres complexes. - Utiliser les racines de l'unité dans l'étude de configurations liées aux polygones réguliers.	- Démonstration d'une des formules d'addition. - Détermination de l'ensemble $\mathbb{U}_n$.	- Lignes trigonométriques de $\frac{2\pi}{5}$, construction du pentagone régulier à la règle et au compas. - Somme des racines n-ièmes de l'unité. - Racines n-ièmes d'un nombre complexe. - Transformation de Fourier discrète.
8. Graphes : partie 1			
◆ Graphe, sommets, arêtes. Exemple du graphe complet. ◆ Sommets adjacents, degré, ordre d'un graphe, chaîne, longueur d'une chaîne, graphe connexe.	- Modéliser une situation par un graphe. - Calculer le nombre de chemins de longueur donnée entre deux sommets d'un graphe.	- Expression du nombre de chemins de longueur n reliant deux sommets d'un graphe à l'aide de la puissance n-ième de la matrice d'adjacence.	- Étude de graphes eulériens.

◆ Exemple de représentations matricielles : matrice d'adjacence d'un graphe. *Estimation : 2 semaines*			
9. Nombres complexes : équations polynomiales			
◆ Solutions complexes d'une équation du second degré à coefficients réels. ◆ Factorisation de $z^n - a^n$ par $z - a$. ◆ Si *P* est un polynôme et $P(a) = 0$, factorisation de *P* par $z - a$. ◆ Un polynôme de degré n admet au plus n racines. *Estimation : 2 semaines*	- Résoudre une équation polynomiale de degré 2 à coefficients réels. - Résoudre une équation de degré 3 à coefficients réels dont une racine est connue. - Factoriser un polynôme dont une racine est connue.	- Factorisation de $z^n - a^n$ par $z - a$. - Factorisation de $P(z)$ par $z - a$ si $P(a) = 0$. - Le nombre de solutions d'une équation polynomiale est inférieur ou égal à son degré.	- Équation du second degré à coefficients complexes. - Racines carrées d'un nombre complexe - Formules de Viète. - Résolution par radicaux de l'équation de degré 3.
10. Graphes : partie 2			
◆ Graphe orienté pondéré associé à une chaîne de Markov à deux ou trois états. ◆ Chaîne de Markov à deux ou trois états. Distribution initiale, représentée par une matrice ligne π0. Matrice de transition, graphe pondéré associé. ◆ Pour une chaîne de Markov à deux ou trois états de matrice P, interprétation du coefficient (i,j) de Pn. Distribution après n transitions, représentée comme la matrice ligne π0 Pn . ◆ Distributions invariantes d'une chaîne de Markov à deux ou trois états *Estimation : 2 semaines*	- Associer un graphe orienté pondéré à une chaîne de Markov à deux ou trois états. - Étudier une chaîne de Markov à deux ou trois états (calculer des probabilités, déterminer une probabilité invariante).	- Pour une chaîne de Markov, expression de la probabilité de passer de l'état i à l'état j en n transitions, de la matrice ligne représentant la distribution après n transitions.	- Marche aléatoire sur un graphe. Étude asymptotique. - Modèle de diffusion d'Ehrenfest.