

# DEVOIR SURVEILLÉ N° 4

Nombres complexes

Le 18 janvier 2024

Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et à la rédaction.  
Soulignez ou encadrez vos résultats.

## Exercice 1 (2 points)

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants :

1)  $|z_1| = 3$  et  $\arg(z_1) = -\frac{\pi}{6}$   $[2\pi]$       2)  $|z_2| = 10$  et  $\arg(z_2) = -\frac{\pi}{2}$   $[2\pi]$

## Exercice 2 (4 points)

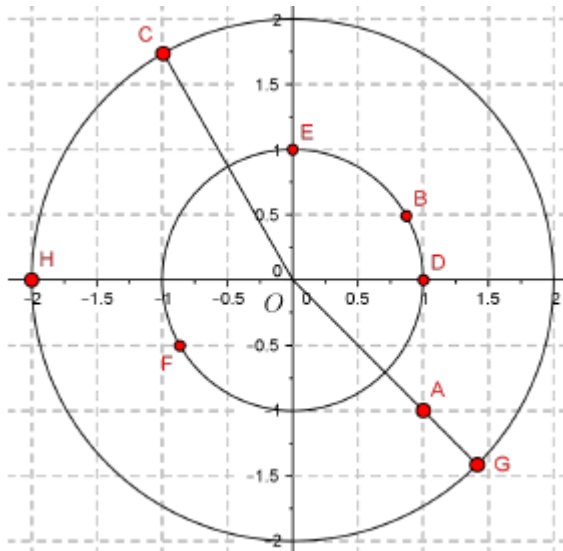
Déterminer une forme trigonométrique des nombres complexes suivants :

a)  $z_1 = 4 - 4i$       c)  $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$   
b)  $\frac{z_2}{z_1}$       d)  $(z_1)^4$

## Exercice 3 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O ; \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE})$ .

On considère les points A, B, C, D et on note  $z_A, z_B, z_C$  et  $z_D$  leurs affixes respectives.



En utilisant le graphique ci-contre, écrire  $z_A, z_B, z_C$  et  $z_D$  sous forme trigonométrique.

## Exercice 4 (10 points)

Soient les points A, B et C d'affixes respectives  $z_A = 2 + i$ ,  $z_B = 6 + 3i$  et  $z_C = -1 + 7i$ .

- Placer les points A, B et C dans le plan complexe  $(O ; \vec{u}, \vec{v})$  ci-dessous.
- a) Déterminer la forme algébrique de  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ .  
b) En déduire que le triangle est rectangle.
- a) Déterminer l'ensemble  $(\Delta)$  des points M d'affixe  $z$  tels que  $|z - 2 - i| = |z - 6 - 3i|$ .  
Représenter  $(\Delta)$  sur le graphique.

b) Soit  $E\left(\frac{5}{2} + 5i\right)$ . Montrer que  $E$  est le milieu du segment  $[BC]$ .

4) a) Calculer la longueur  $EB$ .

b) Déterminer l'ensemble  $(\mathcal{C})$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $|z - z_E| = \frac{\sqrt{65}}{2}$

Représenter  $(\mathcal{C})$  sur le graphique.

c) Pourquoi les points  $A, B$  et  $C$  appartiennent-ils à  $(\mathcal{C})$  ?

