

DEVOIR SURVEILLÉ N° 3

Divisibilité, congruences

Le 30 novembre 2023

Exercice 1 (3 points) **VRAI OU FAUX (justifier)**

Soient n et p deux entiers naturels.

- 1) Si 5 divise np alors 5 divise n et 5 divise p .
- 2) Si le reste dans la division euclidienne de n par p est 3 alors le reste dans la division euclidienne de n^2 par p est 9.

Exercice 2 (8 points)

Les questions qui suivent sont indépendantes.

- 1) On divise 63 par un entier naturel b ; le reste est 17.
Donner toutes les valeurs possibles du quotient q et du diviseur b .
- 2) Démontrer que, pour tout entier naturel n , $7^n - 2^n$ est un multiple de 5.
- 3) Déterminer le reste de la division euclidienne de 6^{2018} par 7.
- 4) Déterminer le reste de la division euclidienne de $2012 \times 2011 \times 2010$ par 7.

Exercice 3 (6 points)

Sur les billets de banque en euros figure un code de 11 chiffres précédé d'une lettre. On remplace la lettre par son rang dans l'alphabet habituel comportant 26 lettres. On obtient ainsi un nombre à 12 ou 13 chiffres et on cherche le reste de la division de ce nombre par 9. Ce reste est le même pour tous les billets authentiques et vaut 8.

Exemple :



Code : s00212913862
Rang dans l'alphabet de la
lettre s : 19
Nombre obtenu :
1900212913862

- 1) Le code u01308937097 figure sur un billet de banque.
 - a) Donner le nombre à 13 chiffres correspondant à ce code.
 - b) Calculer le reste de la division par 9 de la somme des 13 chiffres de ce nombre.
 - c) Que peut-on dire de ce billet ?
- 2) Sur un billet authentique figure le code s0216644810x, x pour le dernier chiffre illisible. Montrer que $x + 42 \equiv 8 [9]$. En déduire x.