

# DEVOIR SURVEILLÉ N° 1

Nombres complexes

Le 28 septembre 2023

Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et à la rédaction.  
Soulignez ou encadrez vos résultats.

## Exercice 1 (4 points)

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants :

a)  $z_1 = -\frac{2}{3} + \frac{3}{2}i - (-2 + 3i)$

c)  $z_3 = (\sqrt{3} - 5i)^2$

b)  $z_2 = (2 - 15i)\overline{(-8 + i)}$

d)  $z_4 = \frac{1 - 5i}{4 - 3i}$

## Exercice 2 (3 points)

Le nombre  $z$  s'écrit sous la forme algébrique  $z = x + iy$  avec  $x$  et  $y$  deux réels.

Si  $z \neq i$ , on pose  $Z = \frac{z+1}{z-i}$ .

- 1) Déterminer la forme algébrique de  $Z$  en fonction de  $x$  et  $y$ .
- 2) Déterminer la condition afin que  $Z$  soit un imaginaire pur.

## Exercice 3 (3 points)

Résoudre les équations suivantes :

1)  $\frac{z+1}{z-1} = 2i$  ; 2)  $(2-i)z + \bar{z} - i = 1 + 3i$

## Exercice 4 (2 points)

Démontrer que pour tout complexe  $z$  non nul,  $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}}$ .

