

## DEVOIR MAISON N° 4

**Nombres complexes**

**Pour le 8 janvier 2024**

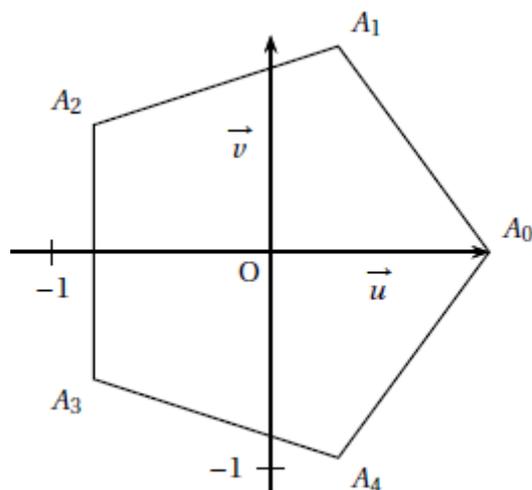
L'objectif de cet exercice est de trouver une méthode pour construire à la règle et au compas un pentagone régulier.

Dans  
on considère  
le pentagone régulier  $A_0A_1A_2A_3A_4$ , de centre  $O$   
tel que  $\overrightarrow{OA_0} = \vec{u}$ .

On rappelle que dans le pentagone régulier  
 $A_0A_1A_2A_3A_4$ , ci-contre :

- les cinq côtés sont de même longueur ;
- les points  $A_0, A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$  appartiennent au cercle trigonométrique ;
- pour tout entier  $k$  appartenant à

$\{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$  on a :  $\left(\overrightarrow{OA_k}, \overrightarrow{OA_{k+1}}\right) = \frac{2\pi}{5}$ .



1) On considère les points  $B$  d'affixe  $-1$  et  $J$  d'affixe  $\frac{1}{2}i$ .

Le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $J$  et de rayon  $\frac{1}{2}$  coupe le segment  $[BJ]$  en un point  $K$ .

Calculer  $BK$ , puis en déduire  $BK$ .

2) a) Donner sous forme trigonométrique l'affixe du point  $A_2$ . Justifier brièvement.

b) Démontrer que  $BA_2^2 = 2 + 2\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$ .

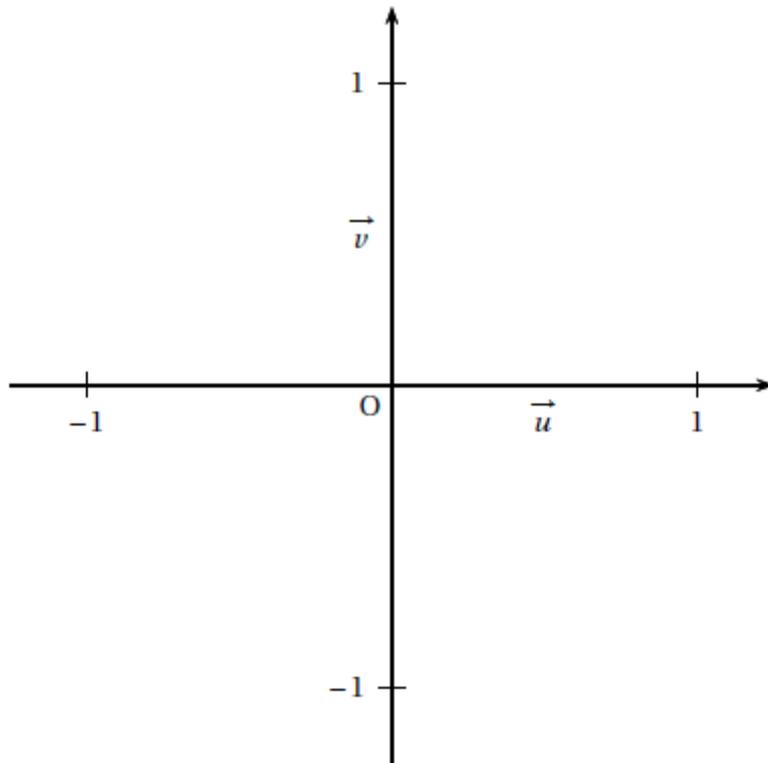
c) Un logiciel de calcul formel affiche les résultats ci-dessous, que l'on pourra utiliser sans justification :

► Calcul formel	
1	$\cos(4\pi/5)$ $\rightarrow \frac{1}{4}(-\sqrt{5}-1)$
2	$\text{sqrt}((3-\text{sqrt}(5))/2)$ $\rightarrow \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$

« sqrt » signifie « racine carrée »

En déduire, grâce à ces résultats que :  $BA_2 = BK$ .

3) Dans le repère  $(O ; \vec{u}, \vec{v})$  donné ci-dessous, construire à la règle et au compas un pentagone régulier. N'utiliser ni le rapporteur ni les graduations de la règle et laisser apparents les traits de construction.



BONNES VACANCES