CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 3	
Les codes-barres	*Pour le 11 décembre 2023*

1) $3\times(4+1+8+6+4+2)+(2+9+7+5+3+1)+8=75+27+8=110$.
D'où $3\times(4+1+8+6+4+2)+(2+9+7+5+3+1)+8\equiv 0\ \ [10]$.
Le code de l'étiquette ne contient donc pas d'erreur.

2) $3\times(7+5+2+2+0+1)+(5+6+3+4+1+3)+\mathrm{R}=51+22+\mathrm{R}=73+\mathrm{R}$
Or $73+\mathrm{R}\equiv 0\ \ [10]$ lorsque $\mathbf{R}=80-73\mathbf{=7}$.

3) $3\times(2+6+6+1+0+7)+(5+d+4+c+3+6)+\mathrm{R}=66+18+d+c+\mathrm{R}=84+d+c+\mathrm{R}$
$3\times(2+6+6+1+0+7)+(5+c+4+d+3+6)+\mathrm{R}'=66+18+c+d+\mathrm{R}'=84+c+d+\mathrm{R}'$
Par conséquent, **les deux codes suivants correspondent à la même clé**.

4) $3\times(1+3+0+a+4+9)+(3+9+2+2+0+4)+8=51+3a+28=79+3a$.
Or $79+3a\equiv 0\ \ [10]$ équivaut à $3a\equiv -79\ \ [10]$, ou encore à $3a\equiv 1\ \ [10]$.
D'où : $9a\equiv 3\ \ [10]$.
Or $9\equiv -1\ \ [10]$ d'où $9a\equiv -a\ \ [10]$. On en déduit que $79+3a\equiv 0\ \ [10]$ équivaut à $a\equiv -3\ \ [10]$, c'est-à-dire que $a=-3+10k\ \ (\text{avec } k\in\mathbf{Z})$.
Or $0\leq a\leq 9$, donc $0\leq -3+10k\leq 9$ qui équivaut à $3\leq 10k\leq 12$, c'est-à-dire à $0{,}3\leq k\leq 1{,}2$.
Par suite, $k=1$ et $\boldsymbol{a}=-3+10\mathbf{=7}$.

5) a) $3\times(1+0+5+7+3+c)+(b+9+6+3+8+2)+1=3c+48+b+29=77+3c+b$.
Or $77+3c+b\equiv 0\ \ [10]$ équivaut à $3c+b\equiv 3\ \ [10]$, ou encore à $3c\equiv -b+3\ \ [10]$.
Si $3c\equiv -b+3\ \ [10]$ alors $9c\equiv -3b+9\ \ [10]$. Or $9\equiv -1\ \ [10]$ d'où $-c\equiv -3b-1\ \ [10]$, c'est-à-dire $\boldsymbol{c\equiv 3b+1\ \ [10]}$.

b)

b est congru à … modulo 10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$3b+1$ est congru à … modulo 10	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8

Les valeurs possibles du couple $(b\ ;\ c)$ sont (0 ; 1), (1 ; 4), (2 ; 7) , (3 ; 0), (4 ; 3), (5 ; 6), (6 ; 9), (7 ; 2), (8 ; 5) et (9 ; 8).