

DEVOIR MAISON N° 2

Matrices

Pour le 6 novembre 2023

Page 238 n° 42

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Vérifier par le calcul que $A(A - 3I_2) = I_2$.
- En déduire que la matrice A est inversible et déterminer son inverse.

Page 240 n° 64

$$\begin{matrix} \text{calculatrice} \\ \text{icône} \end{matrix} M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- Déterminer à l'aide de la calculatrice, la matrice inverse P^{-1} de P , puis vérifier que $M = PDP^{-1}$.
- Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$, $M^n = PD^nP^{-1}$.
- On admet que pour tout entier naturel $n \geq 1$,
$$D^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}.$$

En déduire alors M^n en fonction de n .

1