

DEVOIR MAISON N° 1

Nombres complexes, étude de fonctions

Pour le 9 octobre 2023

z désigne un nombre complexe différent de 0.

On note $Z = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$.

1. Démontrer qu'il existe deux nombres complexes tels que $Z = z$.

2. k désigne un nombre réel différent de 0.

f_k est la fonction définie sur \mathbb{R}^* par :

$$f_k(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{k}{x} \right).$$

a) Étudier, selon les valeurs de k , les variations de la fonction f_k .

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f_k selon les valeurs de k .

3. a) On suppose ici que z est un nombre réel différent de 0.

Décrire avec des intervalles, l'ensemble dans lequel le nombre réel Z prend ses valeurs.

b) On suppose ici que z est un imaginaire pur différent de 0.

Justifier que Z est un imaginaire pur et préciser à quel ensemble appartient sa partie imaginaire.

