Contenus	Contenus détaillés	Commentaires	Démonstrations possibles Problèmes	TUICE : algorithmique GeoGebra tableur
1. Modèles d'évolution (discrets)				
Suites ◆ Approche intuitive de la notion de limite, finie ou infinie, d'une suite, des opérations sur les limites, du passage à la limite dans les inégalités et du théorème des gendarmes. ◆ Limite d'une suite géométrique de raison positive. ◆ Limite de la somme des termes d'une suite géométrique de raison positive strictement inférieure à 1. ◆ Suites arithmético-géométriques. *Estimation : 4,5 semaines*	- Modéliser un problème par une suite donnée par une formule explicite ou une relation de récurrence. - Calculer une limite de suite géométrique, de la somme des termes d'une suite géométrique de raison positive et strictement inférieure à 1. - Représenter graphiquement une suite donnée par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue d'un intervalle I dans lui-même. Conjecturer le comportement global ou asymptotique d'une telle suite. - Pour une récurrence arithmético-géométrique : recherche d'une suite constante solution particulière ; utilisation de cette suite pour déterminer toutes les solutions.	Il s'agit ici de modéliser des phénomènes qui dépendent du temps, à l'aide de suites. Les suites considérées peuvent être données a priori ou être obtenues lors d'une résolution de problème : suites vérifiant une relation de récurrence. La mise en regard des modèles discrets et des modèles continus est un objectif important. Ce thème très large peut être étudié au fil de l'année en fonction des besoins ou de l'avancée des contenus.	**- Limite des sommes des termes d'une suite géométrique de raison positive strictement inférieure à 1.** **- Évolution capital, amortissement dette** **- Loi de refroidissement de Newton** **- Dynamique des populations (modèles discrets de Malthus et Verhulst)** **- Modèle proie/prédateur** **- Loi de décroissance radioactive (modèle discret)** **- Évolution d'une population**	- Recherche de seuils. - Pour une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$, calcul des termes successifs. - Recherche de valeurs approchées de constantes mathématiques, par exemple π, ln2, $\sqrt{2}$.
2. Inférence bayésienne				
◆ Probabilité conditionnelle ◆ Indépendance. *Estimation : 1,5 semaine*	- Probabilités conditionnelles, inversion du conditionnement, formule de Bayes.	Le raisonnement bayésien est à la base de nombreux algorithmes de décision et se retrouve dans de nombreux domaines pratiques : sport, médecine, justice, etc. où l'on doit raisonner à partir de probabilités et d'informations incomplètes. Il s'agit ici de décrire	**- Tests binaires pour le diagnostic médical**	

		et mettre en œuvre les principes du calcul utilisant des probabilités conditionnelles et notamment la formule de Bayes pour l'inversion des conditionnements. La question d'intérêt est représentée par un événement A de probabilité P(A), dite probabilité a priori. L'observation d'un événement B conduit à remplacer la probabilité a priori P(A) par la probabilité conditionnelle $P_B(A)$, dite a posteriori. La formule de Bayes $P_B(A) = P_A(B)P(A)P(B)$ permet d'exprimer la probabilité a posteriori lorsque l'expression du second membre est évaluable. Elle montre la distinction essentielle entre $P_B(A)$ et $P_A(B)$. Bien comprendre cette distinction est un objectif majeur.	**- Filtrage anti-Spam** **- Exemples de problèmes du type « De quelle urne vient la boule ? »** **- Intelligence artificielle (diagnostic médical)**	
3. Modèles définis par une fonction d'une variable				
◆ Dérivation ◆ Continuité ◆ Convexité *Estimation : 5 semaines*	- Continuité, théorème des valeurs intermédiaires. - Fonction dérivée. Sens de variation. Extremums. - Fonction dérivée de $x \mapsto f(a x + b)$ - Fonctions de référence. - Convexité. - Exploiter le tableau de variation pour déterminer le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$, pour résoudre une inéquation du type $f(x) \leqslant k$. - Déterminer des valeurs approchées, un encadrement d'une solution d'une équation du type $f(x) = k$.	On se limite à une approche intuitive de la continuité et on admet qu'une fonction dérivable sur un intervalle est continue.	**- Coût total, coût moyen, coût marginal.** **- Rythme de production et de rendement.** **- Le triskel** **- Modélisation d'un phénomène de société** **- Dynamique des populations : modèle de Verhulst continu.** **- Modèle de croissance végétale.** **- Optimisation de volumes.**	- Méthodes de recherche de valeurs approchées d'une solution d'équation du type $f(x) = k$: balayage, dichotomie, méthode de Newton.

4. Corrélation et causalité				
Statistiques à deux variables ◆ Nuage de points. Point moyen. ◆ Ajustement affine. Droite des moindres carrés. Coefficient de corrélation. ◆ Ajustement se ramenant par changement de variable à un ajustement affine. ◆ Application des ajustements à des interpolations ou extrapolations. *Estimation : 2 semaines*	- Représenter un nuage de points. - Calculer les coordonnées d'un point moyen. - Déterminer une droite de régression, à l'aide de la calculatrice, d'un logiciel ou par calcul. - Dans le cadre d'une résolution de problème, utiliser un ajustement pour interpoler, extrapoler.	À travers l'étude de séries statistiques à deux variables, l'objectif de ce thème est d'amener l'élève à évaluer une corrélation entre deux phénomènes, à développer une réflexion critique sur le lien entre deux phénomènes corrélés, et finalement à distinguer corrélation et causalité. C'est aussi l'occasion de travailler sur la droite de régression, et de faire percevoir le sens de l'expression « moindres carrés ». Des ajustements affines ou s'y ramenant à l'aide d'un changement de variable permettent des interpolations et des extrapolations, sur lesquelles l'élève porte un regard critique. Ce thème d'étude a d'innombrables applications en sciences expérimentales ou en sciences sociales. La corrélation entre deux variables peut être une première approche vers une loi déterministe ou non. Quand une des variables est le temps, le problème de l'extrapolation prend souvent une importance particulière, comme le montre l'exemple du changement climatique. L'étude de séries statistiques à deux variables permet de conjecturer des relations, affines ou exponentielles par exemple, entre deux quantités physiques, biologiques ou autres. Elle apparaît ainsi naturellement dans plusieurs thèmes d'étude.	**- Droite des moindres carrés.** **- Établissement de la loi d'Ohm.** **- Loi de désintégration radioactive.** **- Évolution de la température et des émissions de gaz à effet de serre dans le cadre du réchauffement climatique.** **- Loi de Moore.**	

5. Modèles d'évolution (continus)				
Limites de fonctions et équations différentielles ◆ Notion de limite. Lien avec la continuité et les asymptotes horizontales ou verticales. Limites des fonctions de référence (carré, cube, racine carrée, inverse, exponentielle, logarithme). ◆ Sur des exemples, notion d'une solution d'équation différentielle. ◆ Notion de primitive, en liaison avec l'équation différentielle y' = f. Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante. Exemples. ◆ Équation différentielle y' = a y + b, où a et b sont des réels ; allure des courbes. *Estimation : 6 semaines*	- Vérifier qu'une fonction donnée est solution d'une équation différentielle. - Déterminer les primitives d'une fonction, en reconnaissant la dérivée d'une fonction de référence ou une fonction de la forme 2 u u', eu u' ou u' / u. - Résoudre une équation différentielle y' = a y. Pour une équation différentielle y' = a y + b : déterminer une solution particulière constante ; utiliser cette solution pour déterminer la solution générale.	Les études de fonctions peuvent se faire sur des intervalles quelconques, avec une notion intuitive de limite aux bornes de l'intervalle. La formalisation de la notion de limite n'est pas un attendu du programme. Les opérations sur les limites sont admises. Au besoin, l'utilisation du théorème de composition des limites et des théorèmes de comparaison se fait en contexte. Le programme se limite à la résolution des équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants. Sur les exemples, on met en évidence l'existence et l'unicité de la solution vérifiant une condition initiale donnée. Des équations différentielles non linéaires peuvent apparaître, par exemple l'équation logistique dans le cadre des thèmes d'étude, mais aucune connaissance spécifique à ce sujet n'est exigible.	**- Deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante.** **- Résolution de l'équation différentielle y' = a y.** **- Décharge d'un condensateur** **- Loi de refroidissement de Newton** **- Décroissance radioactive** **- Chute d'une bille dans un fluide visqueux** **- Dynamique des populations (modèles de Verhulst continus)** **- Évolution du nombre de SMS en France**	- Sur des exemples, résolution approchée d'une équation différentielle par la méthode d'Euler.
6. Répétition d'expériences indépendantes, échantillonnage				
◆ Loi uniforme ◆ Loi et Schéma de Bernoulli ◆ Loi binomiale	- Identifier des situations où une variable aléatoire suit une loi de Bernoulli, une loi binomiale ou une loi géométrique. - Déterminer des coefficients binomiaux à l'aide du triangle de Pascal. - Dans le cas où X suit une loi binomiale, calculer à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, les probabilités des événements de type P(X = k) ou P(X ⩽ k), etc.	La parution de l'Ars Conjectandi de Jacques Bernoulli (1713) marque une rupture dans l'histoire des probabilités. On y trouve la première étude de la distribution binomiale, introduite dans le cadre d'un tirage sans remise pour un modèle d'urne. Le résultat majeur de cet ouvrage est la loi des grands nombres de Bernoulli, qui relie fréquences et probabilité, et valide le principe de	**- Espérance et écart type d'une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli.** **- Espérance d'une variable aléatoire uniforme sur {1,2,…,n}.** **- Espérance d'une variable aléatoire suivant une binomiale (n ⩽ 3).**	- Dans le cadre de la loi binomiale : calcul de coefficients binomiaux (triangle de Pascal), de probabilités ; détermination d'un intervalle I pour lequel la probabilité P(X ∊ I) est inférieure à

Estimation : 4 semaines	Calculer explicitement ces probabilités pour une variable aléatoire suivant une loi géométrique. - Dans le cas où X suit une loi binomiale, déterminer un intervalle I pour lequel la probabilité P(X ∈ I) est inférieure à une valeur donnée α, ou supérieure à 1 - α. - Dans le cadre de la résolution de problème, utiliser l'espérance des lois précédentes. - Utiliser en situation la caractérisation d'une loi géométrique par l'absence de mémoire. - Calculer des probabilités dans des situations faisant intervenir des probabilités conditionnelles, des répétitions d'expériences aléatoires.	l'échantillonnage. Il constitue le premier exemple de « théorème limite » en théorie des probabilités. Bayes puis Laplace théorisent un peu plus tard les problèmes de probabilités inverses. Au XVIIIe siècle, sous l'influence d'hommes politiques et d'économistes, les publications de données sur la démographie, les maladies, les impôts, etc., se multiplient considérablement, consacrant la naissance de la statistique en tant qu'instrument mathématique d'observation sociale. Avec Bayes, on assiste aux débuts de la statistique inférentielle. L'étude des suites est l'occasion d'une sensibilisation à l'idée de limite. Toute formalisation est exclue, mais sur des exemples, on s'attachera à en développer une intuition en s'appuyant sur des calculs numériques, des algorithmes de recherche de seuil.	**- Tirages aléatoires avec remise d'une boule dans une urne (boules de deux couleurs différentes) Simulations.** **- Test d'une pièce.** **- Surréservation.** **- Sondages par échantillonnage aléatoire simple.** **- Démarche des tests d'hypothèse et de l'estimation.**	une valeur donnée α, ou supérieure à 1 - α. - Simulation avec Python d'une variable aléatoire (de la loi de Bernoulli, d'une loi uniforme discrète, etc.) d'un échantillon de taille n d'une variable aléatoire. Fonction Python renvoyant une moyenne pour un échantillon. Série des moyennes pour N échantillons de taille n d'une variable aléatoire d'espérance et d'écart type σ . Calcul de l'écart type s de la série des moyennes des échantillons observés, à comparer à 1 /rac(n) . Calcul de la proportion des cas où l'écart entre la moyenne m et σ est inférieur ou égal à kσ /rac(n) ou à ks, pour k = 2 ou k = 3. - Simulation d'une variable de Bernoulli ou d'un lancer de dé (ou d'une variable uniforme sur un ensemble fini) à partir d'une variable aléatoire de loi uniforme sur [0,1].
7. Approche historique de la fonction logarithme				
Fonction logarithme népérien	- Fonction logarithme népérien : réciproque de la fonction exponentielle. Limites, représentation graphique. Équation fonctionnelle. Fonction	Il s'agit de montrer qu'un objet mathématique, ici la fonction logarithme népérien, peut être étudié selon divers points de vue.	**- Relations ln (ab) = ln a + ln b, ln (1/a) = - ln a.** **- Calcul de la fonction dérivée du logarithme, en admettant sa dérivabilité.**	- Algorithme de Briggs pour le calcul de

Estimation : 3 semaines	dérivée. - Réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle, représentation graphique. - Utiliser l'équation fonctionnelle de l'exponentielle ou du logarithme pour transformer une écriture, résoudre une équation, une inéquation. - Utiliser la relation $\ln q^n = n \ln q$ pour déterminer un seuil.	Le volet des contenus l'introduit comme fonction réciproque de la fonction exponentielle, étudiée en classe de première. Le thème décrit comment elle a été introduite historiquement, avec ses deux aspects fondamentaux : équation fonctionnelle, quadrature de l'hyperbole.	**- Calcul de la fonction dérivée de ln(u),** **- Développement des besoins pratiques de calcul, (astronomie, navigation) pour faciliter les multiplications, divisions, extractions de racines.** **- Lien entre suites arithmétiques et géométriques (depuis Archimède).** **- Les travaux de Neper (Le passage du discret au continu)** **- Vision fonctionnelle $(xy)=(x)+f(y)$ plus tardive.** **- Quadrature de l'hyperbole, problème des sous-tangentes constantes.**	logarithmes.
8. Calculs d'aires				
Intégration ◆ Intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a,]$ (aire). ◆ Notation $\int(x)badx$. ◆ Relation de Chasles. ◆ Approximation d'une intégrale par la méthode des rectangles ◆ Intégrale des fonctions continues de signe quelconque. ◆ Théorème : si f est continue sur $[a,]$, la fonction F définie sur$[a,b]$ par $F(x)=\int f(t)xadt$ est dérivable sur $[a,b]$, et a pour dérivée f. ◆ Calcul d'intégrales à l'aide de primitives. *Estimation : 4,5 semaines*	- Estimer graphiquement ou encadrer une intégrale, une valeur moyenne. - Calculer une intégrale, une valeur moyenne. - Calculer l'aire sous une courbe ou entre deux courbes.	Des calculs d'aires menés selon différentes méthodes permettent d'aboutir à l'introduction de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur un intervalle [a,b] de $\mathbb{R}$ en montrant alors la puissance de calcul qu'apporte dans ce domaine la détermination des primitives. Différentes approches sont possibles : méthodes historiques d'approximation des aires, méthode des rectangles et des trapèzes pour l'aire sous une courbe, méthodes probabilistes et bien sûr le calcul intégral. Ce thème est l'occasion de revoir les aires des figures planes usuelles : triangles, trapèzes, rectangles, carrés et disques, ainsi que l'utilisation de propriétés classiques : additivité, invariance par symétrie et translation. Les calculs d'aires par	- **Dérivée de $x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ lorsque f est une fonction continue positive croissante.** **- Quadrature de la parabole par la méthode d'Archimède.** **- Quadrature de l'hyperbole par une ou deux méthodes (Brouncker, Grégoire de Saint-Vincent).** **- Approximation de l'aire sous la courbe de la fonction exponentielle sur [0,1] par la méthode des rectangles.** **- Estimation de l'aire sous une courbe par la méthode de Monte-Carlo.** **- Approximation de π et aire d'un disque.**	- Méthode des rectangles, des trapèzes. - Méthode de Monte-Carlo pour un calcul d'aire.

		approximations successives se prêtent tout particulièrement à la mise en oeuvre d'algorithmes notamment dans le cas d'aires sous des courbes de fonctions dont on ne sait pas déterminer de primitives. Leur histoire et les différentes méthodes peuvent aussi être sources d'exposés réalisés par les élèves. Ce thème peut s'étendre à des calculs de volumes notamment pour des solides de révolution (cylindre, cône, sphère, paraboloïde de révolution ...).		
9. Temps d'attente				
◆ Loi géométrique ◆ Lois continues ◆ Loi exponentielle *Estimation : 3 semaines*	- Déterminer si une fonction est une densité de probabilité. Calculer des probabilités. - Calculer l'espérance d'une variable aléatoire à densité.	Certains phénomènes physiques (temps de désintégration d'un atome radioactif) ou biologiques (durée de vie de certains organismes) possèdent la propriété d'absence de mémoire. Leur modélisation mathématique repose sur l'utilisation des lois géométriques et exponentielles selon que le temps est considéré comme discret ou continu. La loi géométrique est vue soit comme la distribution du premier succès dans un schéma de Bernoulli, soit comme une loi discrète possédant la propriété d'absence de mémoire. La loi exponentielle peut être introduite à partir de la propriété d'absence de mémoire.	**- Caractérisation d'une loi géométrique par l'absence de mémoire.** **- Durée de vie d'un atome radioactif. Discrétisation d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.** **- Exemples de modélisation par une variable aléatoire suivant une loi géométrique ou exponentielle : durée entre deux appels téléphoniques, durée de vie d'un composant électronique, période de retour de crue, etc.** **- Utilisation de la loi uniforme. Temps d'attente à un arrêt de bus, paradoxe de l'inspection.**	- Simulation d'une variable aléatoire de loi géométrique à partir du schéma de Bernoulli. - Simulation d'une loi exponentielle à partir d'une loi uniforme. - Demi-vie d'un échantillon de grande taille d'atomes radioactifs. - Simulation du comportement de la somme de n variables aléatoires indépendantes et de même loi.
10. Répartition des richesses, inégalités				
◆ Statistiques descriptives ◆ Valeur moyenne d'une fonction	- Interpréter une intégrale, une valeur moyenne dans un contexte issu d'une autre discipline.	L'étude de la géométrie plane menée au collège et en seconde a familiarisé les élèves à la géométrie de configuration, au		

Estimation : 1,5 semaine		calcul vectoriel et à la géométrie repérée. En première, on poursuit l'étude de la géométrie plane en introduisant de nouveaux outils. L'enseignement est organisé autour des objectifs suivants : - donner de nouveaux outils efficaces en vue de la résolution de problèmes géométriques, du point de vue métrique (produit scalaire) ; - enrichir la géométrie repérée de manière à pouvoir traiter des problèmes faisant intervenir l'orthogonalité. Les élèves doivent conserver une pratique du calcul vectoriel en géométrie non repérée.	**- Courbe de Lorenz : sur des données réelles, présentation, définition, lecture, construction d'une ligne polygonale à partir des quantiles, interprétation. Modélisation par la courbe représentative d'une fonction continue, croissante, convexe de [0,1] dans [0,1] et ayant 0 et 1 comme points fixes. Position par rapport à la première bissectrice. - Indice de Gini : définition, calcul, interprétation comme mesure du degré d'inégalité d'une répartition. Comparaison de plusieurs répartitions. Évolution de l'indice sur une période.**	