

SPHÈRE

Objectifs :

- Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan.
- Calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère.
- Représenter la sphère et certains de ses grands cercles.

1. Sphère et boule

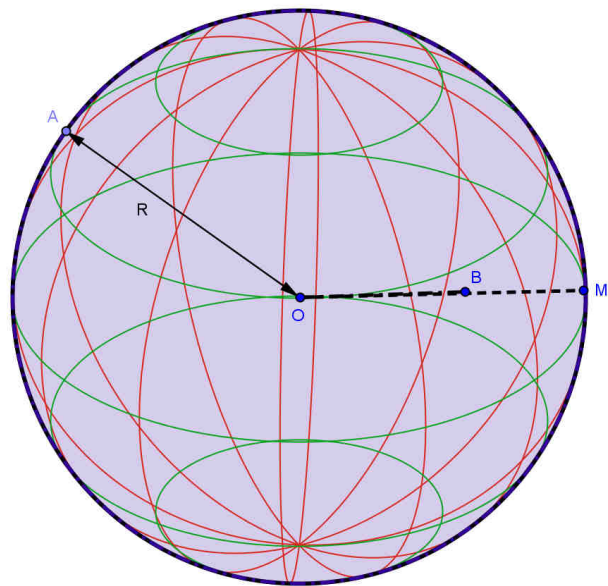
1) Définitions

La sphère de centre O et de rayon R est l'ensemble de tous les points de l'espace dont la distance à O est égale à R .

Si M appartient à la sphère de centre O et de rayon R alors $OM = R$.

La boule de centre O et de rayon R est l'ensemble de tous les points de l'espace dont la distance à O est inférieure ou égale à R .

Si B appartient à la sphère de centre O et de rayon R alors $OB \leq R$.



Exemple : Un ballon de basket et une balle de tennis sont des sphères.
La Terre et une orange sont des boules.

2) Aire de la sphère

L'aire d'une sphère de rayon R est : $4 \times \pi \times R^2$.

Exemple : La Terre a un rayon égal à environ 6 370 km.
Or $4 \times \pi \times R^2 = 4 \times \pi \times 6\,370^2 \approx 509\,904\,364 \text{ km}^2$.
Donc la Terre a une aire égale à environ 509 904 364 km².

3) Volume de la boule

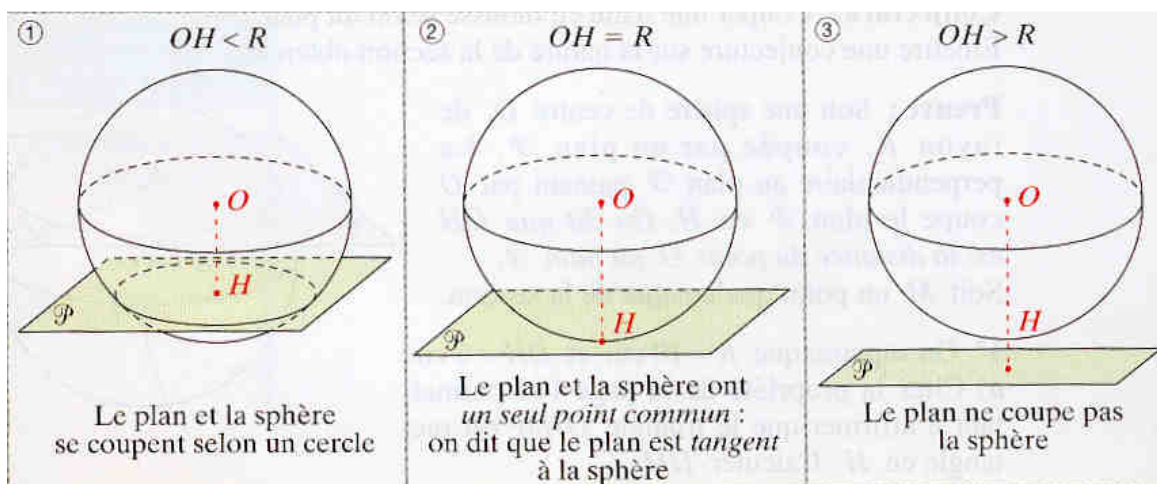
Le volume d'une boule de rayon R est : $\frac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

Exemple : $\frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 6\,370^3 \approx 1\,082\,696\,932\,430 \text{ km}^3$.

Donc le volume de la Terre est égal à environ $1\,082\,696\,932\,430 \text{ km}^3$.

2. Section d'une sphère par un plan

Soit un plan $\mathcal{P}$ et une sphère de centre O , de rayon R . Soit H le point du plan $\mathcal{P}$ tel que la droite (OH) est perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$. Trois cas sont possibles :



La section d'une sphère par un plan est un cercle.

Cas particulier : La section d'une sphère par un plan passant par le centre de la sphère est appelé **grand cercle** de la sphère : son rayon est égal à celui de la sphère.

Remarque : Notons r le rayon du cercle. Supposons que $r < R$.

Le triangle OHM est rectangle en H .
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
 $OM^2 = OH^2 + HM^2$, c'est-à-dire $R^2 = OH^2 + r^2$.

