CHAPITRE 3	PUISSANCES

Objectifs :

- Utiliser sur des exemples les égalités :

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$
$$a^m / a^n = a^{m-n}$$
$$(a^m)^n = a^{mn}$$
$$(ab)^n = a^n b^n$$
$$(a/b)^n = a^n / b^n$$

où *a* et *b* sont des nombres non nuls et *m* et *n* des entiers relatifs.

- Effectuer des changements d'unités sur des grandeurs produits ou des grandeurs quotients.
- Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité $d = vt$.
- Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).

1. Définition

Si a est un nombre et n un nombre entier positif, a^n est le produit de a par a, effectué n fois : $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fois}}$.

n est appelé l'exposant de a^n, et a^n se lit « a puissance n ».

Exemples :

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$; $11^2 = 11 \times 11 = 121$; $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

Remarque : Pour tout nombre a différent de 0, $a^0 = 1$ et $a^1 = a$.

2. Opérations sur les puissances

Soient a et b deux nombres non nuls, et n et p sont des entiers relatifs on a :

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $\left(a^n\right)^p = a^{n \times p}$
- $(ab)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

Exemples :

$5^3 \times 5^6 = 5^{3+6} = 5^9$; $\dfrac{10^{13}}{10^6} = 10^{13-6} = 10^7$; $\left(2^3\right)^6 = 2^{3 \times 6} = 2^{18}$

C. Lainé

$\dfrac{10^{-3}}{10^{-7}} = 10^{(-3)-(-7)} = 10^{(-3)+(+7)} = 10^{4}$; $\left(9^{-3}\right)^{2} = 9^{(-3)\times 2} = 9^{-6}$;

$4^{3} \times 5^{3} = \left(4 \times 5\right)^{3} = 20^{3}$; $\dfrac{10^{6}}{2^{6}} = \left(\dfrac{10}{2}\right)^{6} = 5^{6}$.

3. Rappel sur la notation scientifique d'un nombre

L'écriture scientifique d'un nombre est la seule écriture $a \times 10^{p}$ pour laquelle le nombre a est écrit avec un seul chiffre, autre que 0, avant la virgule.
Le nombre a est appelé mantisse.

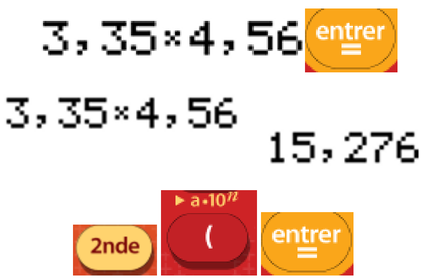
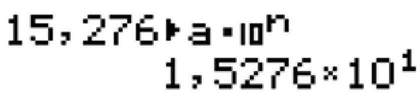
Exemple : Le nombre 2 569,8 peut s'écrire : $25\,698 \times 10^{-1}$ ou $0{,}25\,698 \times 10^{4}$ ou …
Son écriture scientifique est $2{,}5698 \times 10^{3}$ 2,5 698 × 10^{3} .

4. Utilisation de la calculatrice

❶ *Exemple* : entrée de 10^{-5}

TI	CASIO Collège
	

❷ *Écriture scientifique* : afin de déterminer l'écriture scientifique de $3{,}35 \times 4{,}56$, on procède de la façon suivante :

TI	CASIO Collège
 On obtient comme résultat : 	

5. Grandeurs composées

On dit qu'une grandeur est une grandeur produit lorsqu'on l'a obtenu par produit de deux grandeurs.

Exemples : • pour une surface : $cm \times cm = cm^{2}$
• passagers × kilomètres

On dit qu'une grandeur est une grandeur quotient lorsqu'on l'a obtenu par quotient de deux grandeurs.

Exemples : • pour une vitesse : km/h, ou m/s

• pour une densité de population : hab/km^2

• pour un débit : m^3/s