

# PROBABILITÉS

## Objectifs :

- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité.
- Calculer des probabilités dans des contextes familiers.

## 1. Expérience aléatoire

### 1) Exemples

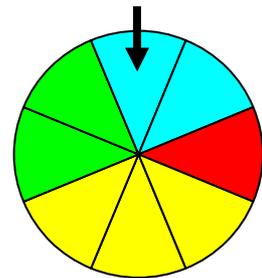
On lance une pièce de monnaie équilibrée ; une fois tombée, on regarde la face visible.



On lance un dé à 6 faces équilibré ; une fois arrêté, on regarde le chiffre inscrit sur sa face supérieure.



On fait tourner une roue de loterie équilibrée ; une fois arrêtée, on regarde la couleur marquée par la flèche.



### 2) Vocabulaire

**On parle d'expérience aléatoire quand on peut donner la liste de tous les résultats possibles de cette expérience, mais que l'on ne peut pas prévoir, parmi ces résultats, celui qui sera obtenu.**

#### Exemples :

Lancer la pièce est une expérience aléatoire. En effet, on ne peut pas prévoir les résultats car la pièce est équilibrée.

Lancer le dé est une expérience aléatoire. En effet, on ne peut pas prévoir les résultats car le dé est équilibré.

Faire tourner la roue est une expérience aléatoire. En effet, on ne peut pas prévoir les résultats car la roue est équilibrée.

**Lors d'une expérience aléatoire, chaque résultat possible est appelé issue.**

Exemples :

*La pièce de monnaie :*

Cette expérience aléatoire n'admet que deux issues : pile ou face.

*Le dé à six faces :*

Cette expérience aléatoire admet six issues : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6

*La roue de loterie :*

Cette expérience aléatoire admet quatre issues : bleu, rouge, jaune ou vert.

### 3) Réalisation d'une expérience aléatoire

Chaque élève lance 10 fois une pièce de monnaie et note les effectifs d'apparition de chaque face dans le tableau :

Issue	Pile	Face	Total
Effectifs			

On regroupe ensuite l'ensemble des résultats de la classe dans un même tableau puis on calcule les fréquences d'apparition de chaque issue :

Issue	Pile	Face	Total
Effectifs			
Fréquences			

Les fréquences d'apparition sont très proches les unes des autres.

Théoriquement, il y a autant de chance d'obtenir pile ou face.

En effectuant un nombre encore plus grand de lancers (par exemple, en simulant l'expérience à l'aide d'un tableur ou du fichier swf), les fréquences se rapprocheraient les unes des autres de façon encore plus évidente.

- Un événement est un résultat possible ou non de l'expérience.
- On dit qu'un événement est réalisé ou non réalisé.
- Un événement constitué d'une seule issue est appelé événement élémentaire.
- L'événement contraire de l'événement A est celui qui se réalise lorsque l'événement A n'a pas lieu. On note  $\bar{A}$  l'événement contraire de A.
- Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent se produire en même temps.

Exemples :

*La pièce de monnaie :*

« Obtenir pile » est un événement élémentaire.  
« Obtenir face » est également un événement élémentaire.

*Le dé à six faces :*

« Obtenir un nombre pair » est un événement. Il est réalisé lorsqu'on obtient les chiffres 2, 4 et 6.  
« Obtenir un nombre impair » est l'événement contraire de l'événement « obtenir un nombre pair ».

*La roue de loterie :*

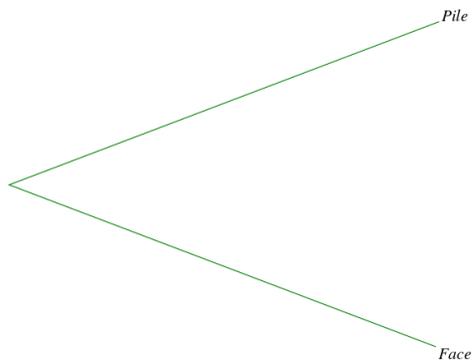
« Obtenir la couleur bleue » est un événement.  
L'événement « obtenir la couleur orange » n'est pas réalisé.  
« Obtenir la couleur bleue » et « obtenir la couleur rouge » sont deux événements incompatibles.

## 2. Notions de probabilité

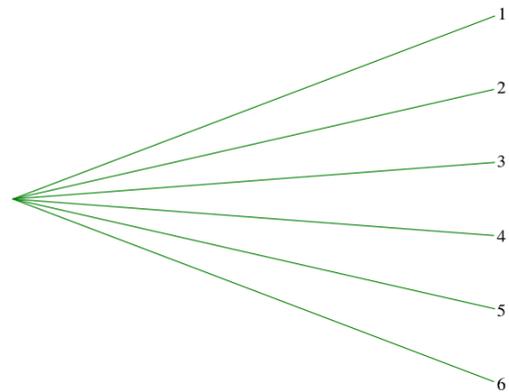
### 1) Arbre des possibles

On peut présenter les résultats d'une expérience à l'aide d'un arbre :

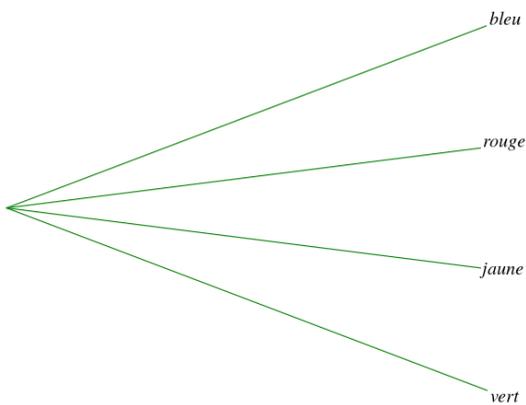
*La pièce de monnaie :*



*Le dé à six faces :*



*La roue de loterie :*

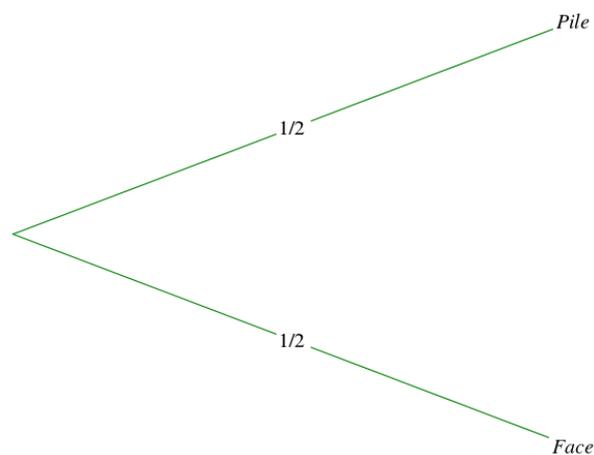


### 2) Probabilité

Exemple 1 : *On lance la pièce de monnaie. Quelle est la probabilité de chaque issue ?*

Lors d'une expérience aléatoire, il y a une chance sur 2 de tomber sur Pile et une chance sur 2 de tomber sur Face. On dit que la probabilité d'obtenir Pile est égale à  $\frac{1}{2}$ .

On peut également réaliser un arbre des possibles pondérés par les probabilités :

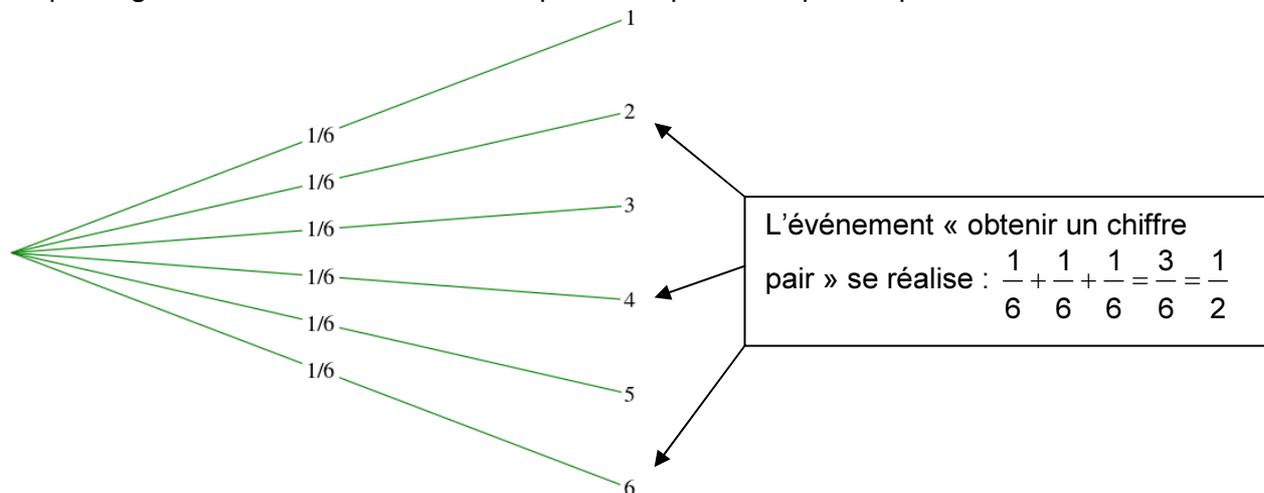


Exemple 2 : On lance le dé. Quelle est la probabilité d'obtenir un chiffre pair ?

Lors d'une expérience aléatoire, il y a une chance sur 6 de tomber sur chaque chiffre.

On dit que la probabilité d'obtenir chaque chiffre est égale à  $\frac{1}{6}$ .

On peut également réaliser un arbre des possibles pondérés par les probabilités :



On dit que la probabilité que l'événement « obtenir un chiffre pair » se réalise est égale à  $\frac{1}{2}$ ,

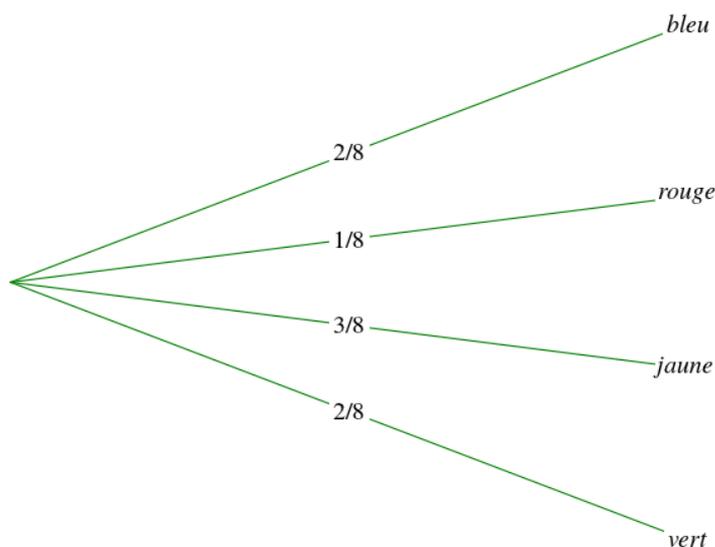
et on note  $P(\text{"obtenir un chiffre pair"}) = \frac{1}{2}$ .

Exemple 3 : On fait tourner la roue de loterie. Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune ?

3 secteurs sur les 8 sont jaunes. Lors d'une expérience aléatoire, il y a 3 chances sur 8 de tomber sur la couleur jaune.

On dit que la probabilité d'obtenir la couleur jaune est égale à  $\frac{3}{8}$ .

On peut également réaliser un arbre des possibles pondérés par les probabilités :



**La probabilité d'un événement est un nombre toujours compris entre 0 et 1 qui exprime la « chance » qu'a cet événement de se réaliser.**

**La probabilité d'un événement contraire A est le nombre  $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$ .**

Exemple : Soit un événement A dont la probabilité est égale à 0,66.

Alors la probabilité de son événement contraire est égale à  $p(\bar{A}) = 1 - 0,66 = 0,34$ .

**La somme des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à 1.**

**Si l'on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'un événement se rapproche de la probabilité de cet événement.**

### 3) Définitions

- Un événement dont la probabilité est nulle est appelé événement impossible.
- Un événement dont la probabilité est égale à 1 est appelé événement certain.

Exemples : Lors du lancer d'un dé à 6 faces, l'événement « obtenir le chiffre 1, ou 2, ou 3, ou 4, ou 5, ou 6 » est un événement certain.

Si on utilise la roue de la loterie, l'événement « obtenir la couleur orange » est un événement impossible.

### 4) Notion d'équiprobabilité

**Lorsque chaque événement élémentaire a la même chance de se réaliser, on dit qu'il y a équiprobabilité.**

Exemples :

*La pièce de monnaie :*

On a autant de chance d'obtenir pile que face ; il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

*Le dé à six faces :*

On a autant de chance d'obtenir un 1, un 2, ... ou un 6 ; il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

*La roue de loterie :*

On a autant de chance d'obtenir chacun des secteurs ; il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

**Dans une expérience aléatoire, la probabilité d'un événement est égale à :**  
 **$\frac{\text{nombre de résultats favorables à l'événement}}{\text{nombre de résultats possibles}}$**

Exemple : Sur la roue de loterie, il y a 8 secteurs colorés dont 2 sont verts.

Comme il y a équiprobabilité, la probabilité de l'événement « obtenir la couleur verte » est égale à  $\frac{2}{8}$ , ou  $\frac{1}{4}$ .

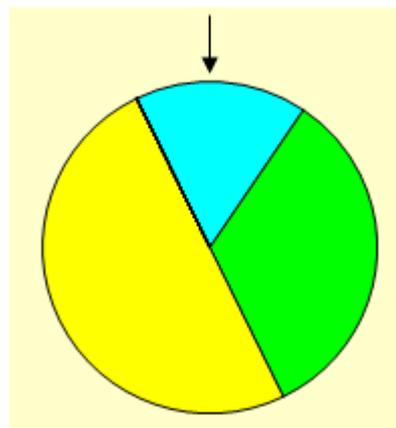
### 3. Probabilités dans le cas d'une expérience aléatoire à deux épreuves

On dispose :

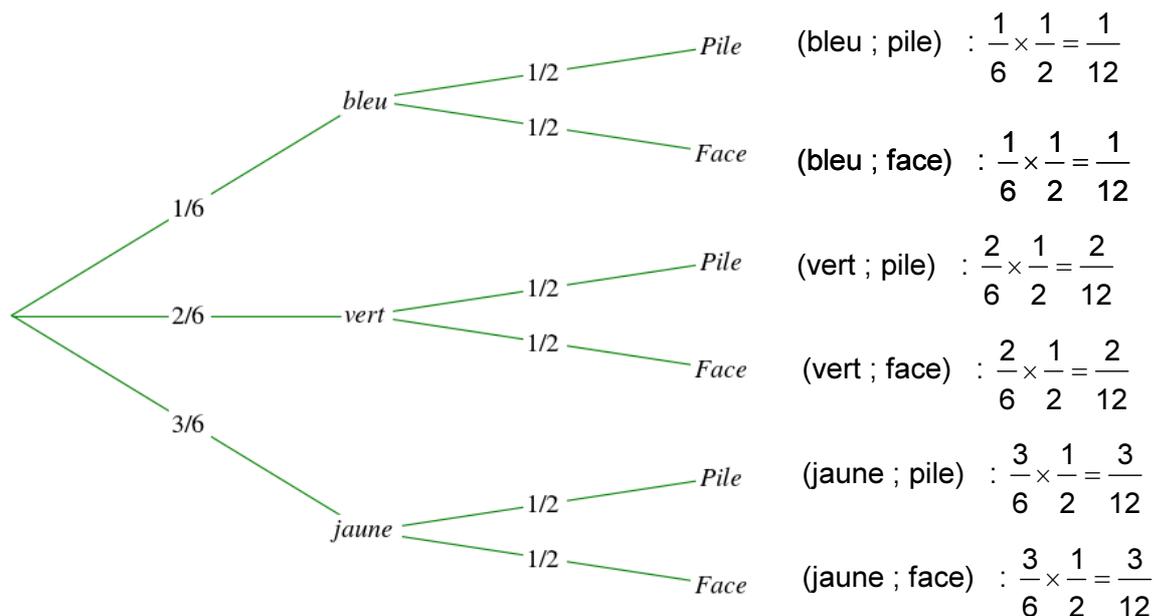
- d'une part, d'une roue de loterie (bien équilibrée), ayant un secteur bleu, deux secteurs verts et trois secteurs jaunes
- et d'autre part, d'une pièce de monnaie (bien équilibrée).

On fait tourner la roue puis on lance la pièce et on note le résultat obtenu.

Quelle est la probabilité d'obtenir « vert et pile » ?



On réalise l'arbre des possibles avec les probabilités :



Remarque : sur un même « chemin », on multiplie les probabilités.

La probabilité d'obtenir « vert et pile » est donc égale à  $\frac{2}{12}$ , ou  $\frac{1}{6}$ .

Remarque : si on additionne les probabilités trouvées,  $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{3}{12}$ , on obtient

$\frac{12}{12}$ , c'est-à-dire 1.