

NOTION DE FONCTION

Objectifs :

- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe, un tableau de données ou une formule.
- Déterminer un antécédent par lecture directe dans un tableau ou sur une représentation graphique.

1. Notations et vocabulaire

1) Introduction

Jade souhaite fabriquer un rectangle avec une ficelle de longueur 10 cm.
On désigne par x la longueur d'un côté de ce rectangle.

1) Comme la ficelle mesure 10 cm et que l'un des côtés du rectangle mesure x cm, alors l'autre côté mesure $\frac{10-2x}{2} = \frac{2(5-x)}{2} = 5-x$ cm.

D'où l'aire du rectangle est égale à $x \times (5-x) = x \times 5 - x \times x$.

Donc l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle est égale à $5x - x^2$.

2) Cherchons la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est la plus grande possible.
Pour cela compléter le tableau suivant :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$\mathcal{A}$	4	5,25	6	6,25	6	5,25	4	2,25

Il semble que l'aire du rectangle soit maximale et égale à $6,25 \text{ cm}^2$ lorsque $x = 2,5 \text{ cm}$.

2) Notations, définition et vocabulaire

Pour chaque nombre x , on a fait correspondre un nombre égal à l'aire du rectangle.
Par exemple : $2 \mapsto 6$ ou $4 \mapsto 4$.

De façon générale, on note :

$\mathcal{A} : x \mapsto 5x - x^2$, et, $x \mapsto 5x - x^2$ se lit « à x on associe $5x - x^2$ ».

$\mathcal{A}$ est appelée une fonction. C'est une « machine » qui permet de transformer un nombre donné en un autre nombre.

x est appelée la variable.

On note également : $\mathcal{A}(x) = 5x - x^2$ qui se lit « $\mathcal{A}$ de x »

Exemples : $\mathcal{A}(2) = 6$ et $\mathcal{A}(4) = 4$.

On dit que :

- l'image de 2 par la fonction $\mathcal{A}$ est 6 ;
- 2 est un antécédent de 6 par $\mathcal{A}$.

Remarques :

- Un nombre possède une unique image.
- Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.
Par exemple : les antécédents de 6 sont 2 et 3 (d'après le tableau).

3) Application

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

1) Compléter le tableau de valeurs suivantes :

x	-4	-3,2	-2	0	1	2,5	3,2
$f(x) = x^2$							

2) Compléter les phrases suivantes :

- L'image de 0 par f est ;
- Un antécédent de 6,25 par f est ;
- $f : \dots \mapsto 10,24$;
- $f(-4) = \dots$

3) Déterminer l'image de 1,21 par f .

4) Déterminer les antécédents de 0,49 par f .

1)

x	-4	-3,2	-2	0	1	2,5	3,2
$f(x) = x^2$	16	10,24	4	0	1	6,25	10,24

2) • L'image de 0 par f est **0**.

• Un antécédent de 6,25 par f est **2,5**.

• $f : -3,2 \mapsto 10,24$.

• $f(-4) = (-4)^2 = \mathbf{16}$.

3) L'image de 1,21 par f est $f(1,21) = \mathbf{1,4641}$.

4) Cherchons un nombre x tel que $f(x) = 0,49$

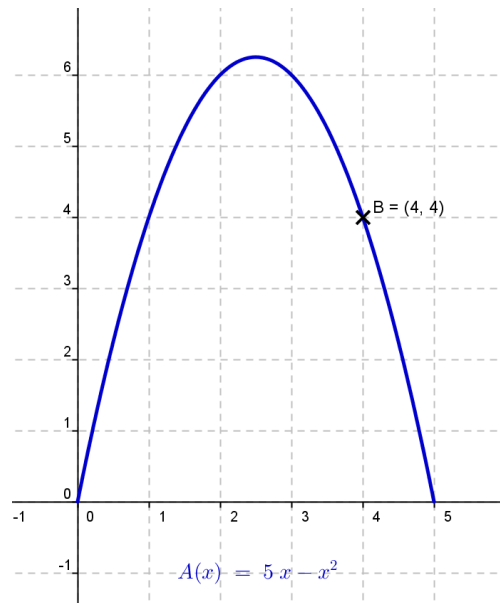
Or $f(x) = 0,49$ revient à écrire $x^2 = 0,49$.

Or l'équation $x^2 = 0,49$ admet deux solutions : $x = -\sqrt{0,49} = -0,7$ ou $x = \sqrt{0,49} = 0,7$.

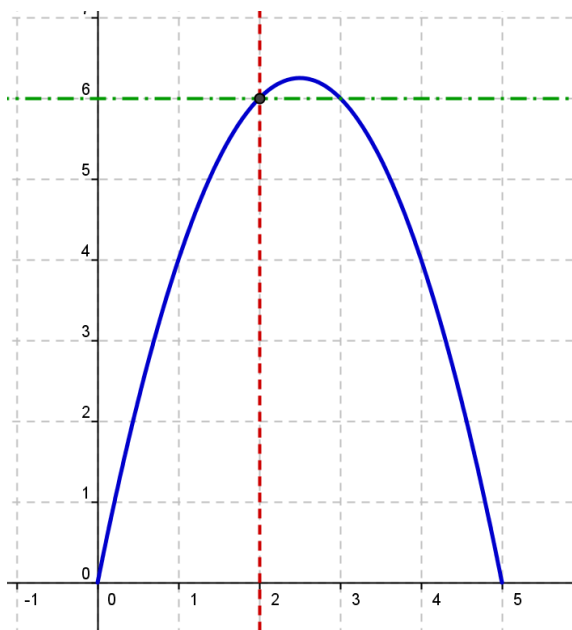
Donc les antécédents de 0,49 par f sont **-0,7** et **0,7**.

2. Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par une fonction dont on connaît une représentation graphique

La représentation graphique de la fonction déterminée dans le 1) du 1. est tracée ci-dessous :

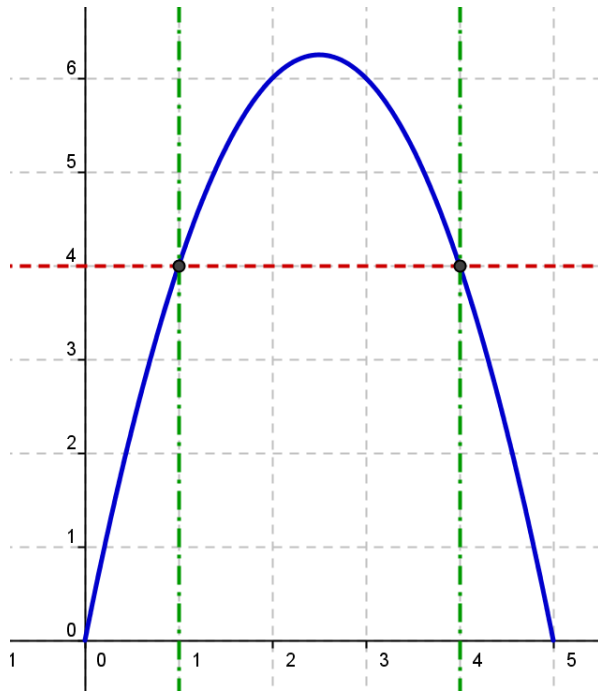


1) Déterminer l'image de 2 par la fonction f



- On trace la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point de coordonnées $(2 ; 0)$.
- On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses et qui passe par le point d'intersection de la courbe et de la droite précédente.
- Elle coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0 ; 6)$.
- On en déduit que l'image de 2 par la fonction f est 6.

2) Déterminer le (ou les) antécédents de 4 par la fonction f



- On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point de coordonnées $(0 ; 4)$.
- On trace la (ou les) droite(s) parallèle(s) à l'axe des ordonnées et qui passe par le(s) point(s) d'intersection de la courbe et de la droite précédente.
- Ces droites (deux ici) coupent l'axe des abscisses aux points de coordonnées $(1 ; 0)$ et $(4 ; 0)$.
- On en déduit que **4 a deux antécédents par la fonction f qui sont 1 et 4.**