

AGRANDISSEMENT ET RÉDUCTION

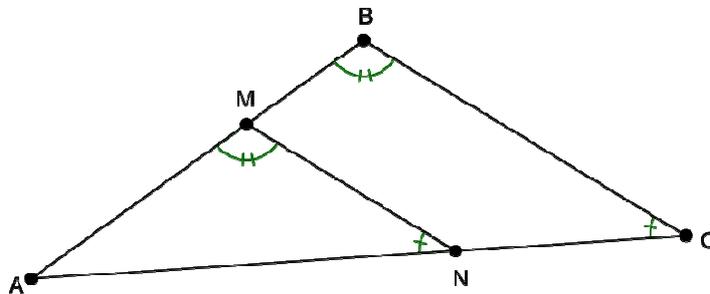
Objectifs :

- Aggrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et celles de la figure à obtenir.
- Connaître et utiliser le fait que, dans un aggrandissement ou une réduction de rapport k ,
 - l'aire d'une surface est multipliée par k^2 ,
 - le volume d'un solide est multiplié par k^3 .

1. Rappels de 4ème

Quand deux figures ont la même forme et des longueurs proportionnelles, on dit que l'une est l'agrandissement ou la réduction de l'autre. Dans un aggrandissement ou une réduction, les mesures des angles, la perpendicularité et le parallélisme sont conservés.

Exemple :



Le triangle ABC est un aggrandissement du triangle AMN .

Pour obtenir les longueurs des côtés du triangle ABC , on multiplie les longueurs des côtés du triangle AMN par un même nombre k appelé le **facteur d'agrandissement**.

D'où : $AB = k \times AM$, $AC = k \times AN$ et $BC = k \times MN$.

Par suite, on obtient : $k = \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$ et on retrouve l'égalité des trois rapports de la petite propriété de Thalès.

2. Effet de l'agrandissement et de la réduction de figures sur les longueurs, les aires et les volumes

Lors d'un aggrandissement ou d'une réduction d'un facteur k , les longueurs sont multipliées par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 .

Exemple : On réalise une maquette au $1/100^e$ d'une retenue d'eau rectangulaire.
Cette maquette, après essai, contient 8 dm^3 d'eau. D'autre part, la surface à peindre est de 120 cm^2 .

1) Quelle quantité d'eau sera retenue par l'édifice grandeur nature ?

L'édifice grandeur nature est un agrandissement de la maquette de rapport 100.

Alors $8 \times 100^3 = 8 \times (10^2)^3 = 8 \times 10^{2 \times 3} = 8 \times 10^6 = 8\,000\,000 \text{ dm}^3 = 8\,000 \text{ m}^3$.

La quantité d'eau retenue par l'édifice grandeur nature est de $8\,000 \text{ m}^3$.

2) Quelle sera la surface à peindre en réalité ?

On multiplie la surface de la maquette par 100^2 .

$120 \times 100^2 = 120 \times (10^2)^2 = 120 \times 10^4 = 1\,200\,000 \text{ cm}^2 = 120 \text{ m}^2$.

La surface à peindre en réalité est de 120 m^2 .