CORRECTION DU DEVOIR COMMUN N° 1

Troisième	***Janvier 2015***

Exercice 1

1	28×10^{-3} est égal à	$\mathbf{2{,}8\times10^{-2}}$	**0,028**	28 000	$2{,}8\times10^{2}$
2	$5^n\times5^m$	$5^{n\times m}$	$\mathbf{5^{n+m}}$	5^{n-m}	25^{n+m}
3	Le nombre $\left(\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{1}{4}$ est égal à	0,31	$\dfrac{1}{2}$	$\mathbf{\dfrac{5}{16}}$	**0,3125**
4	$\dfrac{12}{25}\times\dfrac{7}{10}$ est égal à	$\dfrac{19}{35}$	$\dfrac{41}{125}$	$\mathbf{\dfrac{84}{250}}$	$\mathbf{\dfrac{42}{125}}$
5	À quelle expression le nombre $\dfrac{7}{3}-\dfrac{4}{3}\div\dfrac{5}{2}$ est-il égal ?	$\dfrac{3}{3}\div\dfrac{5}{2}$	$\dfrac{7}{3}-\dfrac{3}{4}\times\dfrac{2}{5}$	$\dfrac{27}{15}$	1,8

Explications :

1) $\mathbf{28\times10^{-3}=0{,}028=2{,}8\times10^{-2}}$.

2) **Propriété du cours**.

3) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3^2}{4^2}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{9}{16}-\dfrac{1\times4}{4\times4}=\dfrac{9}{16}-\dfrac{4}{16}=\dfrac{9-4}{16}=\dfrac{5}{16}$.

4) $\dfrac{12}{25}\times\dfrac{7}{10}=\dfrac{12\times7}{25\times10}=\dfrac{84}{250}=\dfrac{6\times\cancel{2}\times7}{25\times\cancel{2}\times5}=\dfrac{42}{125}$.

5) $\dfrac{7}{3}-\dfrac{4}{3}\div\dfrac{5}{2}=\dfrac{7}{3}-\underline{\dfrac{4}{3}\div\dfrac{5}{2}}=\dfrac{7}{3}-\underline{\dfrac{4}{3}\times\dfrac{2}{5}}=\dfrac{7}{3}-\dfrac{4\times2}{3\times5}=\dfrac{7\times5}{3\times5}-\dfrac{4\times2}{3\times5}=\dfrac{35-8}{15}=\dfrac{27}{15}=1{,}8$.

Exercice 2 *(Amérique du Sud, novembre 2013)*

1) *Deux nombres sont premiers entre eux si leur PGCD est égal à 1.*
840 et 1 176 sont tous les deux divisibles par 2 ; leur PGCD est donc au moins égal à 2.
Donc **840 et 1 176 ne sont pas premiers entre eux**.

2) $840\div21=40$ et $1\,176\div21=56$. **Le pâtissier peut donc faire 21 lots contenant chacun 40 financiers et 56 macarons**.

3) Comme on veut faire le maximum de lots contenant chacun les mêmes nombres de financiers et de macarons, il faut rechercher le plus grand diviseur commun de 840 et 1 176.
D'après l'algorithme d'Euclide :

a	*b*	reste	division euclidienne
1 176	840	336	1 176 = 1 × 840 + 336
840	336	168	840 = 2 × 336 + 168
336	168	0	336 = 2 × 168

Le PGCD de 840 et 1 176 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 168.
Donc **le pâtissier pourra faire au maximum 168 lots**.

On réalise les opérations suivantes : $1\,176 \div 168 = 7$ et $840 \div 168 = 5$.
Chacun de 168 lots contiendra 7 macarons et 5 financiers.

Exercice 3 *(Nouvelle-Calédonie, décembre 2014)*

1) Quand l'avant du navire passe au niveau d'un cocotier et l'arrête quand l'arrière du navire passe au niveau du même cocotier ; il s'écoule 40 secondes. Or le navire mesure 246 mètres de longueur.
Donc **le navire a parcouru 246 m en 40 secondes**.

2) $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{246\text{ m}}{40\text{ s}} = \dfrac{(246 \div 40)\text{ m}}{1\text{ s}} = \dfrac{6{,}15\text{ m}}{1\text{ s}} = (6{,}15 \div 2)\text{ noeuds} = 12{,}3\text{ noeuds}$.
C'est donc Eva qui est la plus proche de la vérité.

Exercice 4 *(Amérique du Sud, novembre 2012)*

1) • Cherchons l'aire du terrain.

$$aire_{terrain} = aire(\text{ABDE}) + aire(\text{BDC}) = \text{AB} \times \text{BD} + \frac{\text{BD} \times \text{DC}}{2} = 20 \times 40 + \frac{40 \times (50-20)}{2} = 800 + 600$$

Alors $aire_{terrain} = 1\,400$. Donc le terrain a une superficie de 1 400 m^2.

• Cherchons le nombre de sacs de gazon nécessaire.
Il faut 1 kg de graines pour une superficie de 35 m^2.
$1\,400 \div 35 = 40$; il faut alors 40 kg de gazon.
Un sac contient 15 kg de graines. $40 \div 15 \approx 2{,}7$; **il faudra donc acheter 3 sacs**.

2) Il faut calculer le périmètre du quadrilatère ABCE.
Or ce périmètre est égal à : $\text{AB} + \text{BC} + \text{CE} + \text{EA} = 20 + \text{BC} + 50 + 40 = 110 + \text{BC}$.

Comme le triangle BCD est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$\text{BC}^2 = \text{BD}^2 + \text{DC}^2$.
Par suite, $\text{BC}^2 = 40^2 + 30^2 = 1\,600 + 900 = 2\,500$. Donc $\text{BC} = \sqrt{2\,500} = 50$ m.

Par conséquent, le périmètre du quadrilatère ABCE est égal à 160 m.
Comme il dispose de 150 m de grillage, **il ne pourra pas grillager tout le contour de son terrain**.

Exercice 5 *(Amérique du Sud, novembre 2013)*

1) a) Si le périmètre de ce rectangle est égal à 31 cm, cela signifie que $2 \times L + 2 \times \ell = 31$.
Or la longueur L est égale à 10 cm, on a alors : $2 \times 10 + 2 \times \ell = 31$, c'est-à-dire $20 + 2 \times \ell = 31$.

On en déduit que $20 - 20 + 2 \times \ell = 31 - 20$. Par suite, $2 \times \ell = 11$ et $\ell = \dfrac{11}{2} = 5{,}5$.

Donc, **si un tel rectangle a pour longueur 10 cm, alors il a pour largeur 5,5 cm**.

b) Si le périmètre de ce rectangle est égal à 31 cm, cela signifie que son demi-périmètre est égal à 15,5 cm. Or le demi-périmètre d'un rectangle est égal à $L + \ell$ et la longueur L est égale à x cm, on a alors : $x + \ell = 15{,}5$.
On en déduit que $x - x + \ell = 15{,}5 - x$. Par suite, $\mathbf{BC} = \boldsymbol{\ell} = \mathbf{15{,}5} - \boldsymbol{x}$.

c) L'aire du rectangle ABCD est égale à $\text{AB} \times \text{BC}$.
Or $\text{AB} = x$ et $\text{BC} = 15{,}5 - x$; d'où **l'aire du rectangle ABCD est égale à $x(15{,}5 - x)$**.

2) a) $f(4) = 4 \times \underline{(15{,}5 - 4)} = 4 \times 11{,}5 = \mathbf{46}$.

b) $f(5) = 5 \times \underline{(15{,}5 - 5)} = 5 \times 10{,}5 = 52{,}5$.

Comme $f(5) = 52{,}5$, alors **un antécédent de 52,5 est 5**.

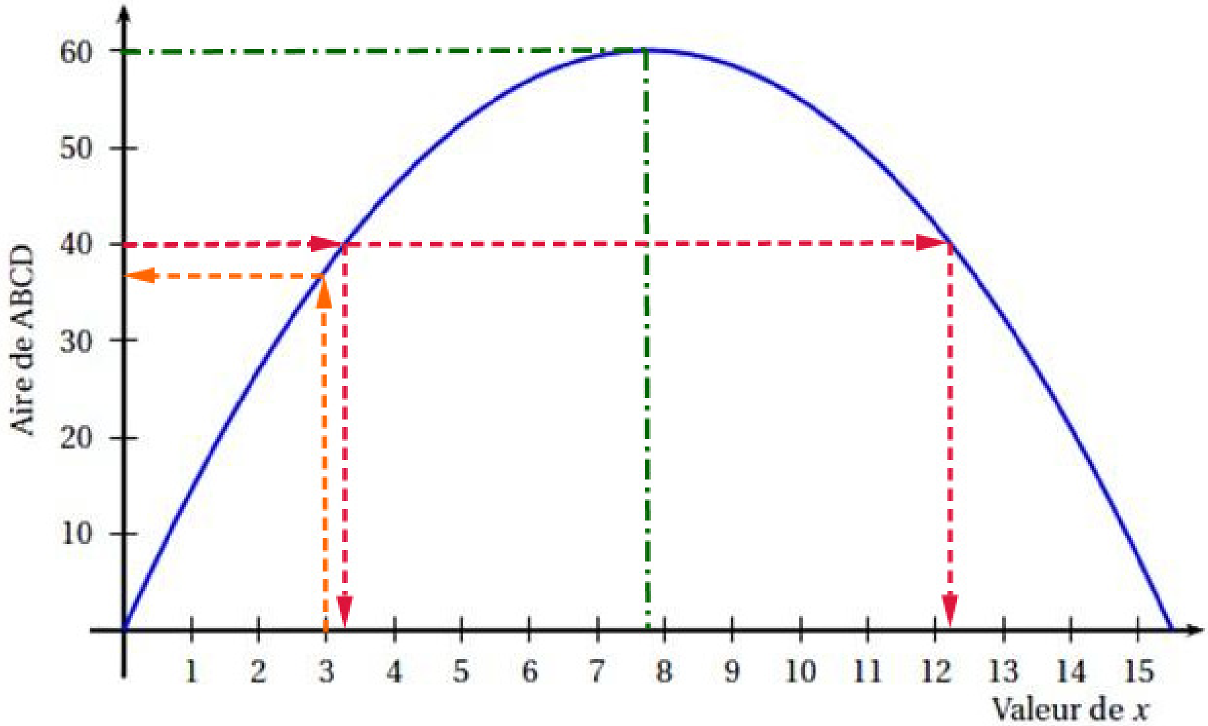
3) a) **Lorsque x vaut 3 cm, l'aire du rectangle ABCD est égale à environ 37,5 cm^2**.

b) **On obtient une aire égale à 40 cm^2 lorsque x est à peu près égal à 3,25 cm ou à 12,25 cm**.

c) **L'aire maximale de ce rectangle est égale à environ 60 cm^2, et elle obtenue pour x égal à environ 7,75 cm**.

Voir graphique page suivante.

4) Lorsque AB vaut 7,75 cm, alors BC vaut $15,5-7,75=7,75$ cm.
Par conséquent, **lorsque AB vaut 7,75 cm, ABCD est un carré**.



Exercice 6 *(Polynésie, septembre 2013)*

L'objectif de l'exercice est de chercher la longueur AC.

• Comme B appartient à $[AC]$, alors $AC = AB + BC = 1,60 + BC$.

• Comme le bâton et le sapin sont placés verticalement, on en déduit que les droites (AC) et (FD) sont parallèles.

De plus, B appartient à $[AC]$ et E appartient à $[DF]$, alors les droites (BC) et (ED) sont parallèles.

Les droites (CD) et (BE) sont sécantes en G,

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{GE}{GB}=\dfrac{GD}{GC}=\dfrac{ED}{BC}$, c'est-à-dire, $\dfrac{1,2}{12+1,2}=\dfrac{GD}{GC}=\dfrac{2-1,60}{BC}$.

D'où : $\dfrac{1,2}{13,2}=\dfrac{0,40}{BC}$. Ainsi $BC=\dfrac{13,2\times0,40}{1,2}=\dfrac{5,28}{1,2}=4,4$ m.

• On en déduit que $AC = 1,60 + BC = 1,60 + 4,40 = 6$.

Par conséquent, **la hauteur du sapin au-dessus du sol est de 6 mètres**.