CORRECTION DU BREVET 2012

Troisième	*Métropole*

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) Alice choisit au hasard une porte. Il y a une porte gagnante sur les 3 ; la probabilité qu'Alice gagne cette voiture est donc $\mathbf{\frac{1}{3}}$.

2) Alice choisit au hasard une porte. Il y a une porte gagnante sur les 4 ; la probabilité qu'Alice gagne cette voiture est donc $\frac{1}{4}$. Par suite, **la probabilité qu'Alice gagne cette voiture a diminué s'il y a quatre portes au lieu de trois**.

Exercice 2

1) **L'écriture décimale de $\frac{10^5+1}{10^5}$ est 1,00001**.

2) $\frac{10^{15}+1}{10^{15}} = \frac{10^{15}}{10^{15}} + \frac{1}{10^{15}} = 1 + \frac{1}{10^{15}} 1 + 10^{-15}$. La calculatrice est limitée car elle considère que $10^{15}+1$ est égale à anviron 10^{15}.
Antoine a donc raison lorsqu'il pense que ce résultat n'est pas exact.

Exercice 3

$v = \frac{1 \text{ km}}{4 \text{ min } 30 \text{ s}} = \frac{1 \text{ km}}{4{,}5 \text{ min}} = \frac{42{,}195 \text{ km}}{(4{,}5 \times 42{,}195) \text{ min}} = \frac{42{,}195 \text{ km}}{189{,}875 \text{ min}}$.
Le coureur aura parcouru le marathon en 189,875 minutes s'il garde cette allure tout au long de sa course.
Or $3 \text{ h } 30 = 3{,}5 \text{ h} = 3{,}5 \times 60 \text{ min} = 210 \text{ min}$
Par conséquent, **le coureur a mis moins de 3 h 30 pour effectuer le marathon**.

Exercice 4

1) • $\left(4 \times \frac{3}{4} - 3\right)^2 - 9 = \left(\frac{\cancel{4} \times 3}{\cancel{4}} - 3\right)^2 - 9 = (3-3)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$.

D'où $\mathbf{\frac{3}{4}}$ **n'est pas une solution de cette équation**.

$(4 \times 0 - 3)^2 - 9 = (0-3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$.
D'où **0 est une solution de cette équation**.

2) $(4x-3)^2 - 9 = (4x-3)^2 - 3^2 = \left[(4x-3)+3\right] \times \left[(4x-3)-3\right] = [4x-3+3] \times [4x-3-3]$.
Donc $\mathbf{(4x-3)^2 - 9 = 4x(4x-6)}$.

3) Résoudre l'équation $(4x-3)^2 - 9 = 0$ revient à résoudre l'équation $4x(4x-6) = 0$.

Or *si un produit est nul, alors l'un de ses facteurs est nul.*

D'où $4x=0$ ou $4x-6=0$.

$4x=0$	$4x-6=0$
On divise par 4 chacun des membres de cette égalité :	On ajoute 6 à chacun des membres de cette égalité :
$\dfrac{4x}{4}=\dfrac{0}{4}$	$4x-6+6=0+6$
$x=0$	Donc : $4x=6$
	On divise par 4 chacun des membres de cette égalité :
	$\dfrac{4x}{4}=\dfrac{6}{4}$
	Donc : $x=1{,}5$

Vérifications : • Pour $x=0$, $(4x-3)^2-9=0$ d'après la question 1).

• Pour $x=1{,}5$, $(\underline{4\times1{,}5}-3)^2-9=(6-3)^2-9=(3-3)^2-9=9-9=0$.

L'équation $(4x-3)^2-9=0$ admet donc deux solutions $x=0$ et $x=1{,}5$.

II – ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) a) L'aire du carré ABCD est égale à $\text{côté} \times \text{côté}$, c'est-à-dire à $\text{AB}^2 = 40^2 = 1\,600$.
Donc **l'aire du carré ABCD est égale à 1 600 cm²**.

b) L'aire du rectangle ABCD est égale à $\text{longueur} \times \text{largeur}$, c'est-à-dire à $\text{DC} \times \text{DE}$.
Or $\text{DG} = \text{DC} + \text{CG} = 40 + 25 = 65$ cm et $\text{DE} = \text{DA} - \text{AE} = 40 - 15 = 25$ cm.
Comme $65 \times 25 = 1625$, alors **l'aire du rectangle DEFG est égale à 1 625 cm²**.

2) Soit x la longueur AB.
L'aire du carré ABCD est alors égale à : x^2.
L'aire du rectangle DEFG est égale à :
$(x-15)\times(x+25) = x \times x + x \times 25 - 15 \times x - 15 \times 25 = x^2 + 25x - 15x - 375 = x^2 + 10x - 375$.
D'où l'aire du rectangle DEFG est égale à l'aire du carré ABCD lorsque $x^2 + 10x - 375 = x^2$.

$$x^2 + 10x - 375 - x^2 = x^2 - x^2$$
$$10x - 375 = 0$$
$$10x - 375 + 375 = 0 + 375$$
$$10x = 375$$
$$\frac{10x}{10} = \frac{375}{10}$$
$$x = 37{,}5$$

Par conséquent, **l'aire du carré ABCD est égale à l'aire du rectangle DEFG lorsque la longueur AB est égale à 37,5 cm**.

Exercice 2

1) $V_{\text{Cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 5 = \frac{20\pi}{3} \approx 21$.
Une valeur approchée du volume du cône est 21 cm³.

2) Le petit cône, obtenu après la section, est une réduction du cône initial avec un coefficient de réduction égal à $\frac{\text{AB}}{\text{AO}} = \frac{1}{2}$.
Or dans une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3.
Comme $k^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$, alors **le volume du petit cône est égal au huitième de celui du grand cône, et non à la moitié**.

Exercice 3

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$\text{BC}^2 = \text{AB}^2 + \text{AC}^2$, c'est-à-dire $\text{BC}^2 = 300^2 + 400^2 = 90\,000 + 160\,000 = 250\,000$.
D'où $\text{BC} = \sqrt{250\,000} = 500$ m.

Comme les droites (AE) et (BD) se coupent en C, et que les droites (AB) et (DE) sont parallèles, alors le triangle CDE est un agrandissement du triangle ABC de rapport $\frac{\text{CE}}{\text{CA}}$, c'est-à-dire $\frac{1000}{400} = 2{,}5$.
Par suite, $\text{CD} = 2{,}5 \times \text{CB} = 2{,}5 \times 500 = 1\,250$ m et $\text{DE} = 2{,}5 \times \text{AB} = 2{,}5 \times 300 = 750$ m.

La longueur réelle du parcours ABCDE est égale à : $\text{AB} + \text{BC} + \text{CD} + \text{DE}$.
Or $\text{AB} + \text{BC} + \text{CD} + \text{DE} = 300 + 500 + 1\,250 + 750 = 2\,800$.

Par conséquent, **la longueur réelle du parcours ABCDE est de 2 800 m, ou 2,8 km**.

III – PROBLÈME (12 points)

Partie 1

1) $10 \text{ h } 30 - 9 \text{ h } 35 = 9 \text{ h } 90 - 9 \text{ h } 35 = 55 \text{ min}$. **La durée du vol est donc de 55 minutes**.

2) a) $1\,113 - (152 + 143 + 164 + 189 + 157 + 163) = 145$.
145 passagers ont emprunté ce vol le mercredi.

b) $\frac{1\,113}{7} = 159$. **Il y avait, en moyenne, 159 passagers par jour dans l'avion**.

3) a) Dans la cellule I2, on a saisi la formule suivante : **= SOMME(B2 : H2)**.

On aurait pu saisir la formule : **= B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2**, mais c'est plus long.

b) Dans la cellule J2, on a saisi la formule suivante : **= I2 / 7**.

4) $\frac{166}{190} \times 100 = \frac{33}{48} \times 100 \approx 87{,}37$. **La compagnie a un nombre moyen de passagers égal à environ 87 % de la capacité maximale de l'avion ; elle a donc atteint son objectif**.

Partie 2

1) $v = \frac{300\ 000 \text{ km}}{1 \text{ s}} = \frac{(300\ 000 \times 0{,}0003) \text{ km}}{0{,}0003 \text{ s}} = \frac{90 \text{ km}}{0{,}0003 \text{ s}}$.
Le signal a donc parcouru 90 km en 0,0003 secondes.
Or $90 \div 2 = 45$; donc **l'avion se trouve à 45 km du radar de la tour de contrôle**.

2) Dans le triangle RAI rectangle en I :
- $[AI]$ est le côté opposé à $\widehat{ARI}$
- $[AR]$ est l'hypoténuse

Alors $\sin(\widehat{ARI}) = \frac{AI}{AR}$, c'est-à-dire $\sin(5°) = \frac{AI}{45}$. On en déduit que
$AI = 45 \times \sin(5°) \approx 3{,}900$
L'altitude de l'avion à cet instant est d'environ 3,9 km.

Partie 3 : la traversée de la baie

1) **10 secondes après avoir touché le sol, l'avion aura parcouru 450 m**.

2) **La distance parcourue depuis le début de l'atterrissage est la même au bout de 22 s et au bout de 26 s, car l'avion s'est déjà arrêté**.

3) **À partir du moment où les roues touchent le sol, l'avion a mis 20 secondes pour s'arrêter**.