DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

Série Collège

MATHÉMATIQUES

Coefficient : 2 Durée : 2 heures

L'emploi de la calculatrice est autorisé.

Dès que le sujet de l'épreuve vous est remis, assurez-vous qu'il est complet en vérifiant le nombre de documents en votre possession. Ce sujet comporte 5 pages numérotées de « page 1/5» à « page 5/5». S'il est incomplet, demandez immédiatement aux surveillants un nouvel exemplaire.

La feuille ANNEXE (page 5/5) est à rendre avec la copie.

Ce sujet nécessite une feuille de papier millimétré.

Barème :		
	Activités numériques :	12 points
	Activités géométriques :	12 points
	Problème :	12 points
	Expression écrite et présentation :	4 points

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1 :

On donne les nombres :

$$A=\frac{3}{7}-\frac{2}{7}\times\frac{21}{8} \qquad B=\frac{3\times10^{2}\times1,8\times10^{-3}}{6\times10^{4}} \qquad C=\sqrt{12}-5\sqrt{75}+2\sqrt{147}$$

1) Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
Ecrire toutes les étapes du calcul.

2) **a)** Donner l'écriture décimale de B.
b) Exprimer B en écriture scientifique.

3) Ecrire C sous la forme a $\sqrt{3}$, où a est un nombre entier.

Exercice 2 :

On pose : $D=(12x+3)(2x-7)-(2x-7)^2$

1) Développer et réduire D.

2) Factoriser D.

3) Calculer D pour $x=2$ puis pour $x=-1$.

4) Résoudre l'équation $(2x-7)(x+1)=0$.

Exercice 3 :

1) En précisant la méthode utilisée, calculer le PGCD de 378 et 270.

2) Pour une kermesse, un comité des fêtes dispose de 378 billes et 270 calots.
Il veut faire le plus grand nombre de lots identiques en utilisant toutes les billes et tous les calots.
a) Combien de lots identiques pourra-t-il faire ?
b) Quelle sera la composition de chacun de ces lots ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I , J), on considère les points :

A (−2 ; 1) B (0 ; 5) C (6 ; −3)

1) Sur la copie, faire une figure et placer les points A, B et C.

2) Montrer que : $AC = 4\sqrt{5}$.

3) On admet que $AB = 2\sqrt{5}$ et $BC = 10$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

4) Sur la figure, placer le point M tel que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CM}$ soient égaux.

5) Préciser la nature du quadrilatère ABMC. Justifier.

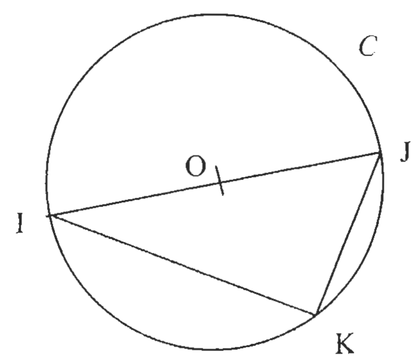
Exercice 2 : *La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire.*

On considère un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de diamètre 8 cm.
I et J sont deux points de $\mathcal{C}$ diamétralement opposés ;
K est un point de $\mathcal{C}$ tel que JK = 4 cm.

1) Préciser la nature du triangle IJK. Justifier.

2) Préciser la nature du triangle OJK. Justifier.

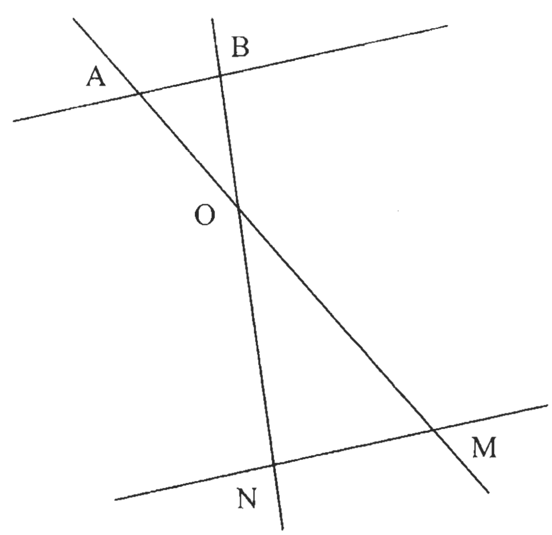
3) On appelle R le symétrique de K par rapport à la droite (IJ).
Démontrer que le quadrilatère ROKJ est un losange.



Exercice 3 :

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire.

Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en O.
Les dimensions sont en centimètres.
On donne :
OA = 3 ; OB = 2,5 ; OM = 5,4 ; ON = 4,5.



1) Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

2) On suppose que AB = 1,2. Calculer la distance MN.

3) Choisir parmi les quatre nombres suivants

a) 0,55 **b)** 1,8 **c)** 3,24 **d)** 3,6

celui qui est égal à $\dfrac{\text{aire du triangle ONM}}{\text{aire du triangle OAB}}$.

Sur la copie, indiquer ce nombre (sans justification).

PROBLÈME

Première partie :

Un club de squash propose trois tarifs à ses adhérents :
Tarif A : 8 € par séance.
Tarif B : achat d'une carte privilège de 40 € pour l'année donnant droit à un tarif réduit de 5 € par séance.
Tarif C : achat d'une carte confort de 160 € valable une année et donnant droit à un accès illimité à la salle.

Mélissa, nouvelle adhérente au club, étudie les différents tarifs.

1) a) Sur la **feuille annexe** (page 5/5, à rendre avec la copie) compléter le tableau :

Nombre de séances	10	18	25
Dépense totale avec le tarif A			
Dépense totale avec le tarif B			
Dépense totale avec le tarif C			

b) Quel est le tarif le plus avantageux si Mélissa désire faire 10 séances ?

2) On appelle x le nombre de séances.
a) Exprimer, en fonction de x, la dépense totale $f(x)$ lorsque Mélissa fait x séances avec le tarif A.
b) Exprimer, en fonction de x, la dépense totale $g(x)$ lorsque Mélissa fait x séances avec le tarif B.
c) Exprimer, en fonction de x, la dépense totale $h(x)$ lorsque Mélissa fait x séances avec le tarif C.

3) a) Résoudre l'inéquation $5x + 40 \leq 8x$.
b) Expliquer, en rédigeant votre réponse, à quoi correspondent les nombres entiers qui sont solutions de cette inéquation.

Deuxième partie :

1) Sur une feuille de papier millimétré, placée verticalement, tracer un repère orthogonal en plaçant l'origine O en bas à gauche et en prenant comme unités : 0,5 cm pour une séance sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 € sur l'axe des ordonnées.

2) Représenter, dans ce repère, les trois fonctions f, g et h pour x compris entre 0 et 30.

3) a) Vérifier, par lecture graphique le résultat de la question 1) b) de la première partie ; on fera apparaître sur le dessin les tracés nécessaires.
b) Déterminer, par lecture graphique, le nombre de séances à partir duquel le tarif C devient avantageux.
c) Mélissa souhaite ne pas dépasser 130 € pour cette activité ; déterminer par lecture graphique, le tarif qu'elle doit choisir si elle veut faire le plus de séances possibles ; on fera apparaître sur le dessin les tracés nécessaires.

Troisième partie :

L'amie de Mélissa avait prévu de faire du squash une fois par semaine et avait choisi le tarif C ; elle n'a pu se libérer pour ce sport qu'une semaine sur deux.
A-t-elle fait le bon choix ?
On rappelle qu'une année comporte 52 semaines.

ANNEXE **A rendre avec la copie**

PROBLÈME

Première partie

Nombre de séances	10	18	25
Dépense totale avec le tarif A			
Dépense totale avec le tarif B			
Dépense totale avec le tarif C			

Eléments de correction et proposition de barème

Activités numériques (12 points)

EX 1 (4 points)

1 point 2 points 1 point	1) Etapes du calcul $A=\frac{-9}{28}$ 2) a) $B=0,000009$ b) $B=9\times10^{-6}$ 3) $C=-9\sqrt{3}$

EX 2 (4 points)

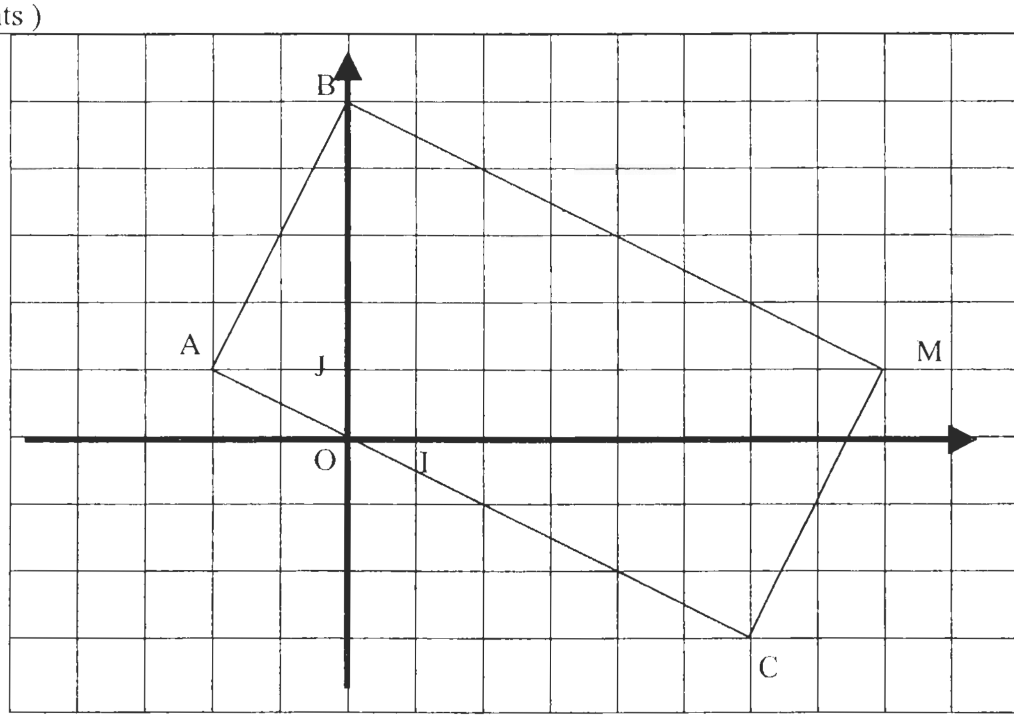
1 point 1 point 1 point 1 point	1) $D=20x^2-50x-70$ 2) $D=(2x-7)(10x+10)$ 3) Si $x=2$ alors $D=-90$ Si $x=-1$ alors $D=0$ 4) D'après la règle du produit nul, deux solutions : $\frac{7}{2}$ et -1 .

EX 3 (4 points)

2 points 1 point 1 point	1) PGCD(378 ; 270) = 54 2) a) D'après les égalités : 378 = 54 × 7 et 270 = 54 × 5 il peut faire 54 lots identiques. b) Dans chaque lot, il y aura 7 billes et 5 calots.

Activités géométriques (12 points)

EX 1 (5 points)

Fig : 1pt	
1 pt 1,5 pt 0,5 pt 1 pt	AC = $4\sqrt{5}$ 3) Réciproque du théorème de Pythagore : ABC rectangle en A. 4) Placer le point M. 5) ABMC est un rectangle (parallélogramme qui a un angle droit.)

EX 2 (3 pts)

1 pt 1 pt 1 pt	1) IJK est un triangle rectangle en K car [IJ] diamètre et K sur le cercle. 2) OJK équilatéral car OJ = OK = 4 cm ([OJ] et [OK] sont deux rayons) et JK = 4 cm 3) La symétrie axiale conserve les distances donc OR = OK = 4 cm et JR = JK = 4 cm : les quatre côtés ont la même longueur : ROKJ est un losange.

EX 3 (4pts)

2 pts	1) Les points A,O,M et B,O,N sont alignés dans le même ordre, de plus $\frac{OA}{OM}=\frac{3}{5,4}=\frac{5}{9}$ et $\frac{OB}{ON}=\frac{2,5}{4,5}=\frac{5}{9}$ (rapports égaux) donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (MN) sont parallèles.
1 pt	2) (Théorème de Thalès) On trouve MN = 2,16
1 pt	3) OMN est un agrandissement du triangle OAB, le rapport d'agrandissement est k = $\frac{OM}{OA}=1,8$. Les aires sont multipliées par k^2 (= 3,24) donc réponse **c).**

Problème (12 points)

Première partie

1,5 pt — 1) a)

Nombres de séances	10	18	25
Dépense totale avec le tarif A	80	144	200
Dépense totale avec le tarif B	90	130	165
Dépense totale avec le tarif C	160	160	160

0,5 pt — b) Pour 10 séances, c'est le tarif A le plus avantageux.

3 pts — 2) a) Tarif A : $f(x) = 8x$

b) Tarif B : $g(x) = 40 + 5x$

c) Tarif C : $h(x) = 160$

1 pt — 3) a) $5x+40 \leq 8x$ équivaut à $x \geq \frac{40}{3}$

b) $\frac{40}{3} \approx 13,3$

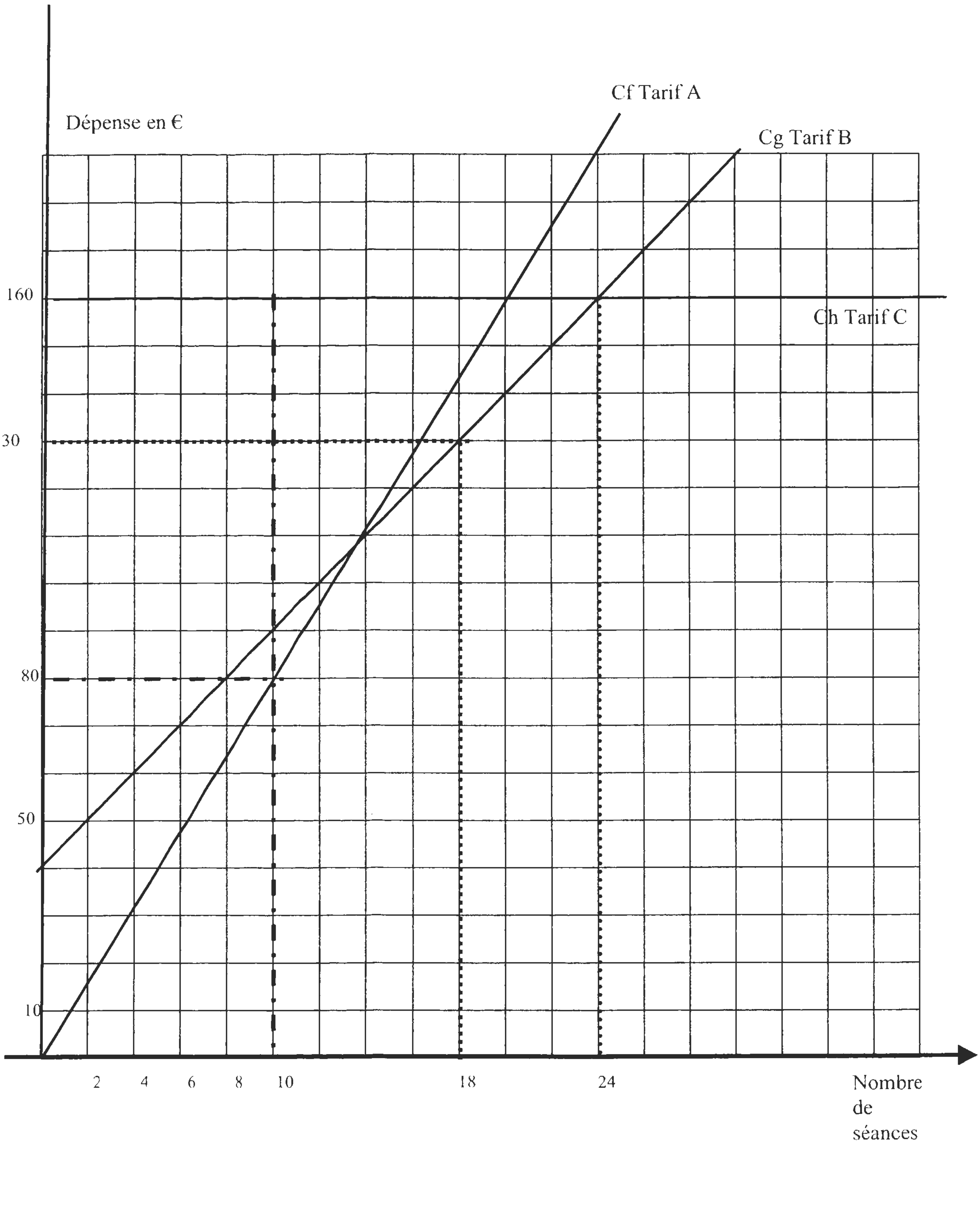
1 pt — Le tarif B est plus avantageux que le tarif A à partir de **14** séances.
(+0,5 pt de bonus si **14)**

Deuxième partie

1) Repère, bonnes graduations.
2) Représentations des fonctions f, g et h. — 0,5 pt
3) a) Pour 10 séances : tarif A le plus avantageux. — 1,5 pt
   b) Graphiquement, le tarif C devient avantageux à partir de 24 séances. — 1,5 pt
   c) Tarif B, 18 séances.

Troisième partie.

1,5 pt — L'amie de Mélissa a fait 26 séances. D'après 3) (ou par le graphique ou par calcul), elle a fait le bon choix : c'est le tarif C le plus avantageux.


Dépense en €
Cf Tarif A
Cg Tarif B
Ch Tarif C
160
130
80
50
10
2
4
6
8
10
18
24
Nombre de séances