

# LES INTERVALLES

## Objectifs :

- Représenter un intervalle de la droite numérique.
- Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné.

### Définition 1. Intervalle fermé

Un intervalle fermé de  $\mathbb{R}$  est un sous-ensemble borné de  $\mathbb{R}$ , c'est à dire un ensemble de nombres compris entre deux valeurs réelles.

### Définition 2. Intervalle ouvert

Un intervalle ouvert de  $\mathbb{R}$  est un sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  dont les bornes ne sont pas incluses dans l'ensemble, c'est-à-dire un ensemble de nombres compris entre deux valeurs réelles non comprises.



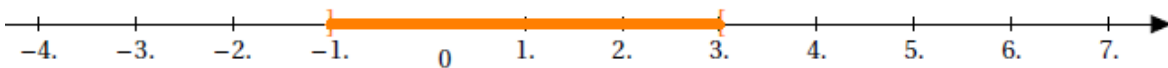
[définition en vidéo](#)

Exemples : • On a représenté sur la droite des nombres réels tous les nombres réels  $x$  tels que  $1 \leq x \leq 3$ .



Cet intervalle est noté ... ; ... ; on dit qu'il est fermé.

• On a représenté sur la droite des nombres réels tous les nombres réels  $x$  tels que  $1 < x < 3$ .



Cet intervalle est noté ... ; ... ; on dit qu'il est ouvert.

• On a représenté sur la droite des nombres réels tous les nombres réels  $x$  tels que  $x \geq -1$ .



Cet ensemble est noté ... ; ... ; on dit qu'il est semi-ouvert.

Remarques : •  $+\infty$  se lit « plus l'infini » L'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  est l'intervalle  $]-\infty ; +\infty[$ .

- $-\infty$  et  $+\infty$  ne sont pas des nombres. Ce ne sont que des notations (ce qui explique qu'ils soient toujours exclus).
- Plus généralement, les différents types d'intervalles sont donnés dans le tableau ci-dessous (où  $a$  et  $b$  représentent deux réels, avec  $a < b$ ).

Ensemble des $x$ vérifiant	Représentation	Intervalle
$a \leq x \leq b$		$[a ; b]$
$a \leq x < b$		$[a ; b[$
$a < x \leq b$		$]a ; b]$
$a < x < b$		$]a ; b[$
$x \geq a$		$[a ; +\infty[$
$x > a$		$]a ; +\infty[$
$x \leq b$		$] -\infty ; b]$
$x < b$		$] -\infty ; b[$

### Exercice ❶ Représenter

Recopier et compléter le tableau suivant :

Intervalle	Inégalité	Représentation
$x \in \left[-6 ; \frac{2}{3}\right]$	$6 \leq x \leq \frac{2}{3}$	
	$-2 \leq x < 3$	
$x \in [3 ; 7]$		

### Exercice ❷ Représenter.

Déterminer l'ensemble des valeurs de  $x$  dans chaque cas.

1) On jette un dé à 6 face et on regarde la face obtenue.

Soit  $x$  le numéro de la face.

2) Le segment  $[AB]$  mesure 8 cm. Soit  $I$  le milieu de  $[AB]$  et  $M$  un point de  $[AI]$ .  $AM = x$ .

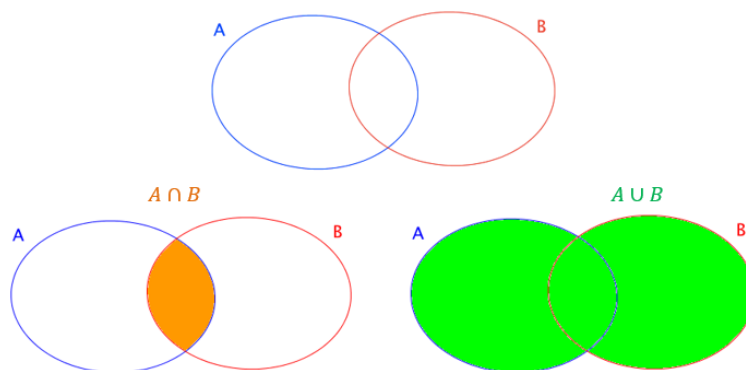
### Exercice ❸ Représenter

On propose dans chaque cas deux ensembles. Lequel est inclus dans l'autre?

- 1)  $[-1,1 ; 3]$  et  $[-2 ; 6]$  ;
- 2)  $[0,5 ; +\infty[$  et  $[0,7 ; 0,8]$  ;
- 3)  $]1 ; 2[$  et  $[1 ; 2]$ .

### Définition 3. Intersection et réunion d'intervalles

- L'intersection de deux ensembles  $A$  et  $B$  est l'ensemble  $A \cap B$  qui contient tous les éléments .....
- La réunion de deux ensembles  $A$  et  $B$  est l'ensemble  $A \cup B$  qui contient tous les éléments .....



[définition en vidéo](#)

#### Exercice 4 Représenter

Dans chacun des cas, déterminer les intersections des ensembles suivants :

- 1)  $\mathbb{N}$  et  $\mathbb{R}$  ;    2)  $[-4 ; 3]$  et  $[-2 ; 7]$  ;    3)  $[-2 ; 1]$  et  $[2 ; 3]$  ;    4)  $\mathbb{N}$  et  $]-\infty ; 2]$ .

#### Exercice 5 Représenter

Dans chacun des cas, déterminer les réunions des ensembles suivants :

- 1)  $\mathbb{Z}$  et  $\mathbb{R}$  ;    2)  $[-4 ; 3]$  et  $[-2 ; 7]$  ;    3)  $[-2 ; 1]$  et  $[2 ; 3]$  ;    4)  $[0 ; +\infty[$  et  $]-\infty ; 2]$ .

#### Exercice 6 Modéliser. Chercher

L'INSEE estime qu'un couple avec deux enfants appartient à la classe moyenne quand les revenus, en euros, du foyer sont situés dans l'intervalle  $[3\ 253 ; 5\ 609]$ .

M. Icse gagne 2 731 euros et madame Icse gagne 2 952 euros et ils ont deux enfants. La famille appartient-elle à la classe moyenne ?



#### Exercice 7 Représenter

On donne le programme en Python ci-dessous.

```
def is_in(x,a,b):
    if x > a and x < b :
        test = "x is in ]{};{}[".format(x,a,b)
    else :
        test = "x is not in ]{};{}[".format(x,a,b)
    return test
x=int(input('Entrer un nombre :'))
a=int(input('Entrer la borne inf :'))
b=int(input('Entrer la borne sup :'))
print(is_in(x,a,b))
```

- 1) Ouvrir le logiciel Edupython et taper ce code. Que fait ce programme ?
- 2) Modifier ce programme pour qu'il teste si un nombre  $x$  appartient à l'intervalle  $[a ; b]$ .