GÉOMÉTRIE PLANE

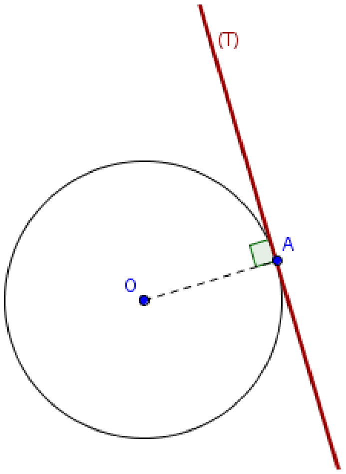
Objectifs :

- *Calculer des longueurs, des angles, des aires et des volumes.*
- *Traiter des problèmes d'optimisation.*
- *Résoudre des problèmes de géométrie plane sur des figures simples ou complexes (triangles, quadrilatères, cercles).*

1. Tangente à un cercle

Définition 1. *Tangente à un cercle*

La tangente en un point A à un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O est la droite perpendiculaire en A au rayon $[OA]$.

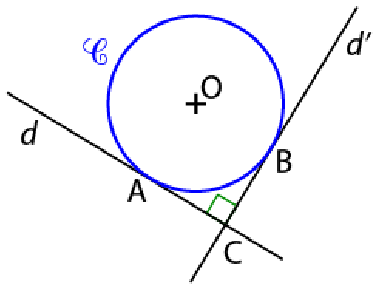


La distance OA est la distance entre le point O et la droite (d) ; alors la droite (T) est la tangente au cercle $(\mathscr{C})$ au point A.
Cette tangente est la droite perpendiculaire en A au rayon $[OA]$.

[Méthode pour construire une tangente à un cercle en un de ses points]

Exercice ❶

A et B sont deux points du cercle $\mathscr{C}$ de centre O représenté ci-contre. Les tangentes d et d' au cercle $\mathscr{C}$ aux points A et B sont perpendiculaires.

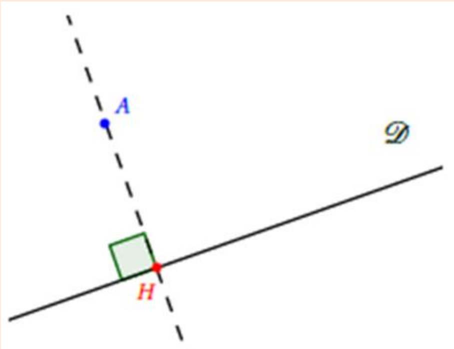


1) Que peut-on dire des droites
   a) d et (OA) ?
   b) d' et (OB) ?
2) Pourquoi le quadrilatère OACB est-il un rectangle
3) Que peut-on dire de plus de OACB ? Pourquoi ?

2. Projeté orthogonal d'un point sur une droite

Définition 2. ***Projeté orthogonal d'un point sur une droite***

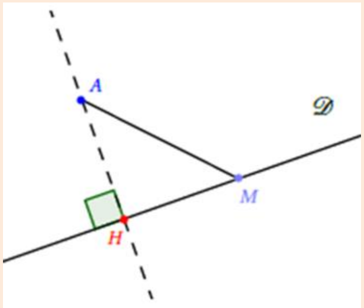
Soit un point *A* et une droite $\mathscr{D}$ du plan.
On appelle projeté orthogonal *H* du point *A* sur la droite $\mathscr{D}$ le point d'intersection de la droite $\mathscr{D}$ avec la perpendiculaire à $\mathscr{D}$ passant par *A*.



Remarque : Si *A* est un point de la droite $\mathscr{D}$ alors le projeté orthogonal de *A* sur $\mathscr{D}$ est le point *A*.

Propriété. ***Distance d'un point à une droite***

Soit un point *A* et une droite $\mathscr{D}$ du plan.
Le projeté orthogonal du point *A* sur une droite $\mathscr{D}$ est le point de la droite $\mathscr{D}$ le plus proche du point *A*.



Démonstration : Soit *H* le projeté orthogonal du point *A* sur la droite $\mathscr{D}$.
Supposons qu'il existe un point *M* de la droite $\mathscr{D}$ plus proche de *A* que l'est le point *H*.
$AM \leq AH$ car *M* est le point de la droite le plus proche de *A*.
Par suite, $AM^2 \leq AH^2$.
Comme le triangle *AHM* est rectangle en *H*, d'après l'égalité de Pythagore, on a :
$AM^2 = AH^2 + HM^2$.
On en déduit que : $AH^2 + HM^2 \leq AH^2$, c'est-à-dire $AH^2 + HM^2 - AH^2 \leq AH^2 - AH^2$.
Par conséquent, $HM^2 \leq 0$; ce qui est impossible sauf dans le cas où le point *H* est confondu avec le point *M*.
On en déduit que *H* est le point de la droite $\mathscr{D}$ le plus proche du point *M*.

démonstration en vidéo

Exercice ❷

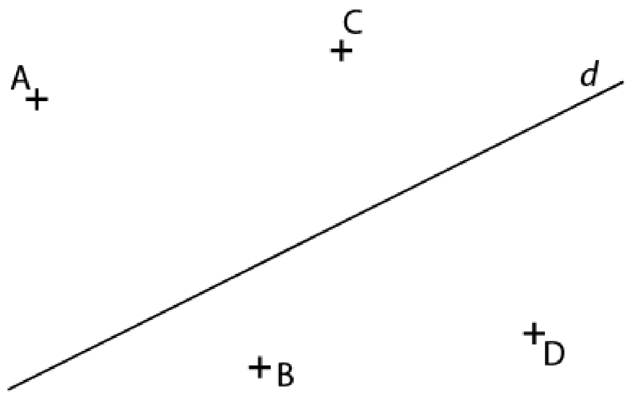
1) Compléter : la distance du point :

• A à la droite d est égale à .... cm ;

• B à la droite d est égale à .... cm ;

• C à la droite d est égale à .... cm ;

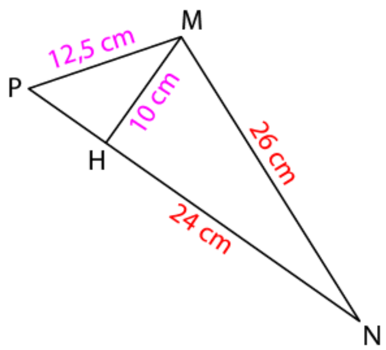
• D à la droite d est égale à .... cm.



2) Construire un point E la distance 2 cm de la droite d.

Exercice ❸

Sur la figure ci-dessous, le point H appartient à la droite (PN).



1) Justifier que H est le projeté orthogonal du point M sur la droite (PN).

2) Calculer la distance du point P à la droite (MH).