Suites (partie 1)

Exercice 1

1. Voici des exemples de suites de nombres :

   a. $(\ 2\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;\ 11\ ;\ 14\ ;\ \dots\ )$

   b. $(\ 2\ ;\ 6\ ;\ 18\ ;\ 54\ ;\ 162\ ;\ \dots\ )$

   c. $(\ 6\ ;\ -6\ ;\ 6\ ;\ -6\ ;\ 6\ ;\ \dots\ )$

   d. $(\ 1\ ;\ 3\ ;\ 7\ ;\ 15\ ;\ 31\ ;\ \dots\ )$

   Déterminer les trois termes suivants de chacune de ces suites.

2. On considère la suite de nombres :
   $$\left(\ 1\ ;\ \frac{1}{2}\ ;\ \frac{1}{3}\ ;\ \frac{1}{4}\ ;\ \frac{1}{5}\ ;\ \dots\ \right)$$

   a. Déterminer les trois termes suivants de cette suite.

   b. On considère la fonction f définie par la relation : $f(x)=\dfrac{1}{x}$.
   Quelle relation existe entre la fonction f et la suite de nombres.

3. a. On considère la suite de nombres :
   $$(\ 1\ ;\ \sqrt{2}\ ;\ \sqrt{3}\ ;\ 2\ ;\ \sqrt{5}\ ;\ \sqrt{6}\ \ \dots\ )$$
   Avec quelle fonction g cette suite de nombre est-elle liée?

   b. On considère la suite de nombres :
   $$\left(\ \frac{1}{2}\ ;\ \frac{2}{3}\ ;\ \frac{3}{4}\ ;\ \frac{4}{5}\ ;\ \frac{5}{6}\ ;\ \frac{6}{7}\ ;\ \dots\ \right)$$
   Avec quelle fonction h cette suite de nombre est-elle liée?

Exercice 2

On considère les suites numériques dont les termes sont définies pour tout entier n strictement positif $(n\in\mathbb{N}^*)$ par les relations ci-dessous :

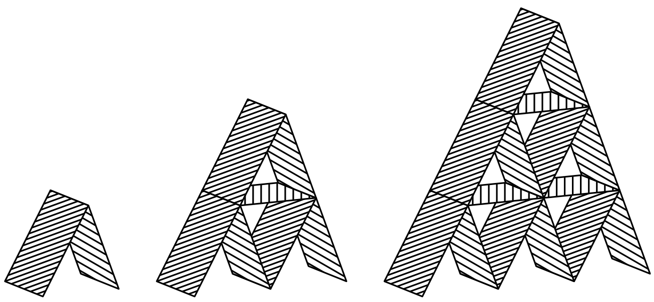
a. $u_n = 2n$ b. $v_n = 3n-4$

c. $w_n = n^2+3$ d. $x_n = 2^n$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

Exercice 3

On considère la construction d'un château de cartes :



1^{er} étape $2^{\text{ième}}$ étape $3^{\text{ième}}$ étape

Pour n un entier strictement positif $(n\in\mathbb{N}^*)$, on note u_n le nombre de cartes nécessaires pour construire le chateau de cartes à la $n^{\text{ième}}$ étape.

Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n)

Exercice 4

1. On considère la suite de nombres ci-dessous :
   $$2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;\ 12\ ;\ 17\ ;\ 23\ ;\ 30$$

   a. Dans cette suite, quel est le terme qui succède à 12?

   b. Dans cette suite, quel est le terme qui précède 8?

2. On considère une suite de nombres qu'on note (u) et dont on indexe les termes à l'aide d'un entier naturel positif ou nul : ainsi, on "*numérote*" les valeurs de la suite en commençant par 0 :
   $$u_0\ ;\ u_1\ ;\ u_2\ ;\ u_3\ ;\ \cdots\ ;\ u_{n-1}\ ;\ u_n\ ;\ u_{n+1}$$

   a. Quel est le terme successeur de u_2?

   b. Quel est le terme prédécesseur de u_4?

   c. Quel est le terme successeur de u_n?

   d. Quel est le terme successeur de u_{n+2}?

   e. Quel est le terme prédécesseur de u_n?

   f. Quel est le terme prédécesseur de u_{n+2}?

Exercice 5

On considère l'algorithme suivant :

```
Pour i allant de 0 à 5
    a ← i×(i−1)
Fin Pour
```

1. Lors de l'exécution pas à pas de cet algorithme, donner les valeurs prises par la variable `a`.

2. Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les six premiers termes sont les valeurs affichées par l'algorithme.

Exercice 6

1. On définit la suite par récurrence $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la relation :
   $$u_0=5\ ;\ u_{n+1}=2\cdot u_n-1 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
   Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

2. On définit la suite par récurrence $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ par la relation :
   $$v_1=-2\ ;\ v_{n+1}=\frac{1-v_n}{n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$
   Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 7

On considère l'algorithme suivant :

```
a ← −1
Pour i allant de 0 à 4
    a ← a×2−i+1
Fin Pour
```

1. Donner les différentes valeurs prises par la variable `a` lors d'une exécution pas à pas de cet algorithme.

2. Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les cinq premiers termes sont les différentes valeurs prises par la variable `a` lors de l'exécution de cet algorithme.

