LOI DE BERNOULLI

Fiche d'exercices	*Première technologique*

Exercice 1

Dans une école d'ingénieurs, certains étudiants s'occupent de la gestion des associations comme par exemple le BDS (bureau des sports).
Sur les cinq années d'études, le cycle « licence » dure les trois premières années, et les deux dernières années sont celles du cycle de « spécialisation ».
On constate que, dans cette école, il y a 40 % d'étudiants dans le cycle « licence » et 60 % dans le cycle de « spécialisation ».

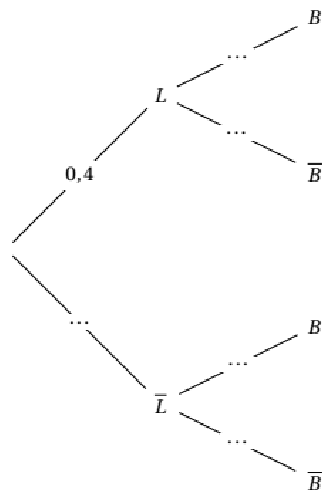
Parmi les étudiants du cycle « licence », 8 % sont membres du BDS ;
Parmi les étudiants du cycle de « spécialisation », 10 % sont membres du BDS.
On considère un étudiant de cette école choisi au hasard, et on considère les évènements suivants :

L : « L'étudiant est dans le cycle « licence » ; $\overline{L}$ est son événement contraire.
B : « L'étudiant est membre du BDS » ; $\overline{B}$ est son événement contraire.

La probabilité d'un événement A est notée $p(A)$.

Partie A

1) Recopier et compléter l'arbre pondéré modélisant la situation.



2) Calculer la probabilité que l'étudiant choisi soit en cycle « licence » et membre du BDS.
3) En utilisant l'arbre pondéré, montrer que $p(B) = 0{,}092$

Partie B

Le BDS décide d'organiser une randonnée en montagne. Cette sortie est proposée à tous les étudiants de cette école mais le prix qu'ils auront à payer pour y participer est variable.
Il est de 60 € pour les étudiants qui ne sont pas membres du BDS, et de 20 € pour les étudiants qui sont membres du BDS.

On désigne par X la variable aléatoire donnant la somme à payer pour un étudiant qui désire faire cette randonnée.

1) Quelles sont les valeurs prises par X ?
2) Donner la loi de probabilité de X, et calculer l'espérance de X.

Exercice 2

Un magasin commercialise des canapés et des tables de salon.
Quand un client se présente, il achète au plus un canapé et au plus une table de salon. Une étude a montré que :

- la probabilité pour qu'un client achète un canapé est 0,24 ;
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il a acheté un canapé est 0,25 ;
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il n'achète pas de canapé est 0,1.

On choisit un client au hasard parmi ceux ayant participé à l'étude. On note :

C l'événement « le client achète un canapé » et $\overline{C}$ son événement contraire ;
T l'événement « le client achète une table de salon » et $\overline{T}$ son événement contraire.

1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2) Calculer la probabilité que le client achète un canapé et une table de salon.
3) Montrer que la probabilité $p(T)$ est égale à 0,136.

4) Dans ce magasin, le prix moyen d'un canapé est de 1 000 € et le prix moyen d'une table de salon est de 300 €. On note X la variable aléatoire correspondant à la somme payée par le client.

a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

x_i	0	300	1 000	1 300
$p(X=x_i)$				

b) Calculer l'espérance de X.
Donner une interprétation de ce nombre dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3

À un jeu de grattage, 4 500 000 tickets sont émis et vendus chacun au prix de 2 €.
Chaque ticket permet de remporter ou non un gain. Les différents gains sont répartis ainsi :

Montant du gain en €	25 000 €	1 000 €	100 €	20 €	10 €	4 €	2 €
Nombre de tickets	3	8	600	75 000	130 000	505 504	599 992

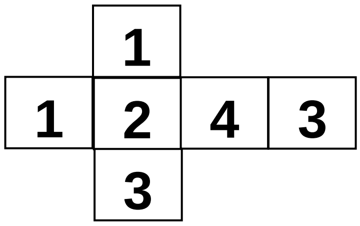
Un joueur achète un ticket au hasard chez un buraliste. On note G la variable aléatoire égale au gain réel du joueur (gain brut - mise).

1) Préciser les valeurs prises par G.
2) Déterminer la loi de probabilité de G (les probabilités seront données sous forme de fractions).
3) Montrer que, la probabilité, arrondie au millième, que le joueur gagne réellement de l'argent en jouant à ce jeu est de 0,158.
4) Un autre joueur décide d'acheter deux tickets de ce jeu au hasard. On rappelle que la probabilité de gagner réellement de l'argent en jouant à ce jeu est de 0,158.
On note S l'évènement « le ticket acheté permet de gagner de l'argent ».

a) Traduire la situation par un arbre de probabilité.
b) Déterminer la probabilité que ce joueur ait acheté deux tickets lui permettant de gagner réellement de l'argent. Arrondir au millième.

Exercice 4

Un jeu consiste à lancer un dé non truqué à six faces. Ce dé, dont un patron est représenté ci-dessous, comporte deux faces qui portent le numéro 1, une face qui porte le numéro 2, deux faces qui portent le numéro 3 et une face qui porte le numéro 4.



On gagne 2 points si la face obtenue est numérotée avec un nombre pair, 0 point sinon.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de points gagnés à l'issue d'un lancer de ce dé.

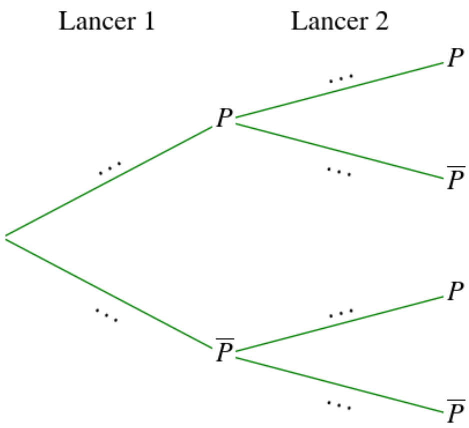
1) Recopier et compléter le tableau donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

x_i		
$p(X = x_i)$		

2) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat obtenu.
3) Une expérience aléatoire consiste à effectuer deux lancers du dé précédent de façon indépendante en comptant les points de la même manière. On appelle Y le nombre de points gagnés à l'issue des deux lancers et on note :

P l'événement : « la face obtenue est paire »,
$\overline{P}$ l'événement : « la face obtenu est impaire ».

Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-après afin qu'il modélise cette expérience aléatoire.



4) Calculer la probabilité que le joueur gagne 2 points à l'issue des deux lancers.

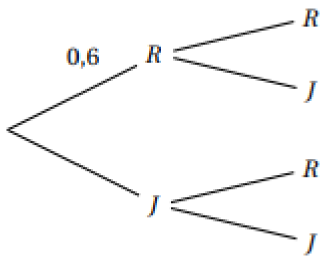
5) Calculer la probabilité que le joueur gagne au moins 2 points à l'issue des deux lancers.

Exercice 5

Un sac contient trois boules rouges et deux boules jaunes.
Une partie consiste à prélever deux boules successivement en replaçant la première boule tirée dans l'urne avant le deuxième tirage.
On définit les évènements suivants :

R : « la boule tirée est rouge » ;
J : « la boule tirée est jaune ».

1) Recopier sur votre copie et compléter l'arbre des probabilités suivant :



Chaque boule rouge tirée rapporte 2 €. Chaque boule jaune fait perdre 1 €.
Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur à l'issue d'une partie.

2) Compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

k	–2	1	…
$p(X=k)$	0,16	…	0,36

3) Déterminer $p(X>0)$. Interpréter le résultat précédent.

4) Calculer l'espérance $E(X)$ et interpréter le résultat.