THEME : Dérivation

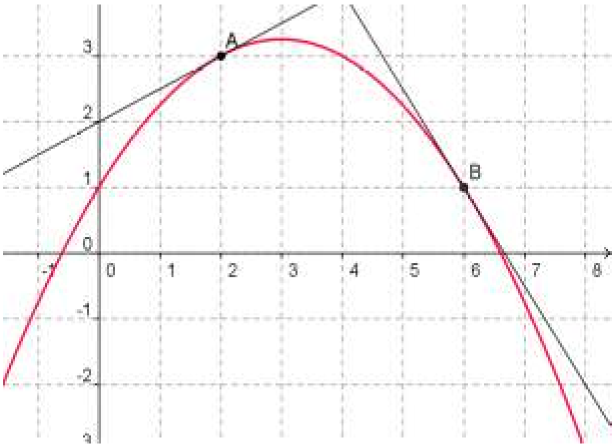
Exercice 1 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3$.

1. a) Calculer $f(1)$.
   b) Calculer le nombre dérivé $f'(1)$.

2. On considère la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 1.
   a) Préciser le coefficient directeur de T.
   b) En déduire une équation de la tangente T.

Exercice 2 :

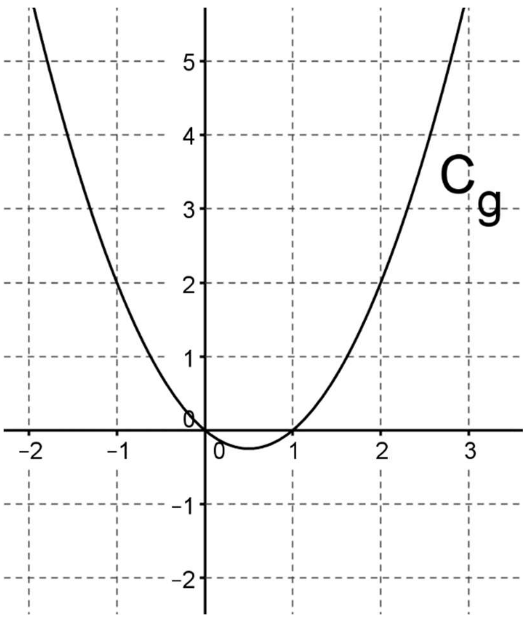
On donne ci-contre la courbe qui représente une fonction f dérivable sur [-2 ; 8] ainsi que les tangentes aux points A et B de cette courbe.



1. Compléter :
   a) $f(2) =\ldots$ $\quad f'(2) = \ldots$
   b) $f(6) =\ldots$ $\quad f'(6) = \ldots$
2. Donner par lecture graphique une équation réduite de la tangente T à la courbe de f au point A.
3. A l'aide du graphique, donner le signe de $f'(4)$.

Exercice 3 :

Voici la courbe C_g d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$. Sa courbe admet au point M d'abscisse -1 une tangente T.



1. a) On admet que $g'(-1) = -3$.
   Tracer la tangente T.
   b) Donner par lecture graphique une équation de T.
2. L'expression de la fonction g est :
   $g(x) = x^2 - x$
   Retrouver par le calcul l'équation de T.

Exercice 4 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 4x$.

1.Calculer la fonction dérivée f'.
2. Détermine une équation de la tangente T à la courbe de f au point A d'abscisse 2.

Contrôler votre réponse sur l'écran graphique d'une calculatrice.

Exercice 5 :
On considère la fonction f définie sur [-1 ; 6] par $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 10$

1. f est dérivable sur [-1 ; 6]. On note f ' sa fonction dérivée.
   a) Calculer $f'(x)$.
   b) Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle [-1 ; 6],
   $f'(x) = 3x(4 - x)$.
   c) Déterminer le tableau de signes de f' sur [-1 ; 6].
3. En déduire le tableau de variation de f sur [-1 ; 6].
4. Préciser le maximum de f sur [-1 ; 6]. En quelle valeur est-il atteint ?

Exercice 6 :
Voici le tableau de variation incomplet d'une fonction f définie et dérivable sur [-5 ; 4] :

x	−5	-1,5		3	4
Signe $f'(x)$	...	0	...	0	...
Var f	3 ↘	-2	↗	6	↘ 2

1. Compléter les pointillés par les signes + ou - .
2. Compléter par Vrai ou Faux :

On peut affirmer :

1. Le minimum de f sur [-5 ; 4] est 2.	Vrai ☐ Faux ☐
2. $f(1) < f(3)$	Vrai ☐ Faux ☐
3. $f'(-1) < 0$	Vrai ☐ Faux ☐
4. La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3 est horizontale.	Vrai ☐ Faux ☐
5. f est positive sur [3 ; 4]	Vrai ☐ Faux ☐
6. Pour tout réel x de [-5 ; 4], $2 \leqslant f(x) \leqslant 3$	Vrai ☐ Faux ☐

<u>Exercice 7</u> :

Lors d'une épidémie observée sur une période de 60 jours, un institut de veille sanitaire a modélisé le nombre de personnes malades par la fonction f définie sur [0 ; 60] par :

$$f(x) = 0.1x^3 - 12x^2 + 360x$$

x représente le nombre de jours écoulés depuis le début de l'épidémie.

Version 1 (Prise initiative)

En étudiant cette fonction, prévoir le pic de l'épidémie.
En quel jour est-il prévu ?

Version 2 (Avec quelques étapes)

1. f est dérivable sur [0 ; 60]. On note f' sa fonction dérivée.
   Montrer que pour tout réel x de l'intervalle [0 ; 60],
   $f'(x) = 0.3(x - 20)(x - 60)$.
2. En déduire le tableau de variation de f sur [0 ; 60].
3. En déduire le pic de l'épidémie, et en quel jour sera-t-il atteint ?

Version 3 (Classique)

1. f est dérivable sur [0 ; 60]. On note f' sa fonction dérivée.
   Calculer $f'(x)$.
2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle [0 ; 60],
   $f'(x) = 0.3(x - 20)(x - 60)$.
3. Déterminer le tableau de signes de f' sur [0 ; 60].
4. En déduire le tableau de variation de f sur [0 ;60].
5. Préciser le nombre maximum de malades sur la période de 60 jours. Quel jour sera-t-il atteint ?