TABLEAUX CROISES ET PROBABILITES CONDITIONNELLES

Objectifs :
- *Calculer des fréquences conditionnelles et des fréquences marginales.*
- *Compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou en utilisant des fréquences conditionnelles.*
- *Calculer des probabilités conditionnelles lorsque les événements sont présentés sous forme de tableau croisé d'effectifs.*

1. Tableaux croisés

Définition 1. *Tableau croisé*

Soient *A* et *B* deux variables étudiées sur une même population. On peut croiser ces deux variables à l'aide d'un *tableau croisé*. La ligne et la colonne intitulées « Total » sont appelées les marges.

Exemple : Dans une entreprise qui compte 360 employés, on compte 60 % d'hommes et parmi ceux-là, 12,5 % sont des cadres.
Par ailleurs, 87,5 % des femmes de cette entreprise sont ouvrières ou techniciennes.

	Hommes (H)	Femmes (F)	Total
Cadres (C)			
Ouvriers, techniciens (O)			
Total			360

Définition 2. *Fréquence marginale*

On appelle *fréquences marginales* les effectifs des marges divisés par l'effectif total.

Exemple : Dans l'exemple précédent, on a 360 employés en tout et 45 sont des cadres.
La fréquence marginale de cadres est donc égale à ……………..

Remarque : La proportion des cadres qui sont des femmes est égale à $\frac{\cdots\cdots}{360} = \ldots\ldots\ldots$.

On note $f(C \cap F)$ cette fréquence.

Définition 3. ***Fréquence conditionnelle***

On appelle *fréquence conditionnelle de B dans A* le nombre noté $f_B(A)$ défini par :

$$f_B(A)=\frac{\text{card}(A\cap B)}{\text{card}(B)}.$$

Exemple : Dans l'exemple précédent, la fréquence conditionnelle de cadres parmi les femmes est égale à : $\frac{\text{card}(C\cap F)}{\text{card}(F)}=\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}=\dots\dots\dots.$

Remarque : La fréquence conditionnelle se lit **sur une ligne ou une colonne intérieure** du tableau.

2. Probabilités conditionnelles

Définition 3. ***Probabilité conditionnelle***

Pour tous événements *A* et tout événement *B* avec $\text{card}(A)\neq 0$, on appelle probabilité conditionnelle de *B* sachant *A*, note $p_B(A)$, le nombre défini par

$$p_B(A)=\frac{\text{card}(A\cap B)}{\text{card}(B)}.$$

Exemple : Reprenons l'exemple du 1.
Déterminons la probabilité de rencontrer un cadre sachant c'est un homme.

$$p_H(C)=\frac{\text{card}(C\cap H)}{\text{card}(H)}=\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}=\dots\dots\dots.$$

Propriété.

Si $p(B)\neq 0$, $p_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}$.

Exemple : *Lors d'un sondage, 50 % personnes des interrogées déclarent pratiquer un sport régulièrement et 75 % des personnes interrogées déclarent aller au cinéma régulièrement. De plus, 40 % des personnes déclarent faire du sport et aller au cinéma régulièrement. On interroge à nouveau une de ces personnes au hasard et on considère les événements « la personne interrogée pratique un sport régulièrement » et « la personne interrogée va au cinéma régulièrement » que l'on note respectivement S et C. On cherche à calculer la probabilité que la personne pratique un sport régulièrement sachant qu'elle va régulièrement au cinéma.*

On cherche .... ; or $p(C) = ... = ...$ et

$p(S \cap C) = ... = ...$

D'où $p_C(S) = \dfrac{..........}{..........} \approx ....$.

Par conséquent, la probabilité que la personne pratique un sport régulièrement sachant qu'elle va régulièrement au cinéma est égale à environ …….