

GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

Objectifs :

- Modéliser la dépendance entre deux grandeurs à l'aide d'une fonction.
- Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$.
- Résoudre graphiquement une inéquation de la forme $f(x) < k$ ou $f(x) > k$.
- Interpréter le taux de variation comme pente de la sécante à la courbe passant par deux points distincts.

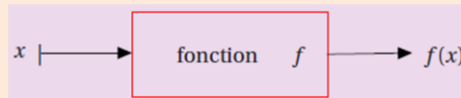
1. Définitions et notations

Définition 1. Fonction

Définir une fonction f d'un ensemble $\mathcal{D}$ de réels dans $\mathbb{R}$, c'est associer à chaque réel x de $\mathcal{D}$ un unique réel noté $f(x)$.

On dit que :

- $\mathcal{D}$ est de f .
- $f(x)$ est de x par f .
- x est de $f(x)$ par f .



Notation. Fonction

$f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto f(x)$. Ce qui se lit : « la fonction f qui à x associe $f(x)$ ».

Exemple : Soit f la fonction qui à un nombre associe son carré.
L'image de 2 est car ; 3 est un antécédent de car, mais il y a également

Exercice ❶

- 1) Soit f la fonction définie sur $[-2 ; 5]$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.
- Déterminer l'image de -1 par f .
 - 6 a-t-il une image par f ?

2) Soit g la fonction définie pour tout réel x par $g(x) = x - 4$.
Déterminer l'antécédent de 3 par g .



[calculer l'image d'un nombre en vidéo](#)



[déterminer un antécédent d'un nombre en vidéo](#)



Méthode pour programmer une fonction en Python



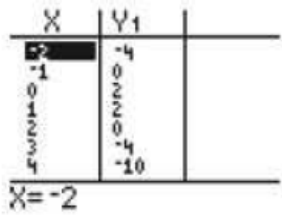
Soit f la fonction définie sur $[-2 ; 5]$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

```
def f(x) :  
    return(.....)
```



Méthode pour dresser un tableau de valeurs d'une fonction à l'aide de la calculatrice TI

Soit f la fonction définie sur $[-2 ; 4]$ par $f(x) = -x^2 + x + 2$.

Saisir l'expression de la fonction f	Appuyer sur f(x) , puis saisir l'expression Y1	Graph1, Graph2, Graph3 $Y1 = -X^2 + X + 2$
Effectuer les réglages du tableau de valeurs de f	Appuyer sur 2nde fenetre , Entrer la plus petite valeur souhaitée dans DebTabl , puis choisir le pas.	DEFINIR TABLE $DebTabl = -2$ $Pas = 1$ Valeurs : Auto Dem Calculs : Auto Dem
Afficher un tableau de valeurs de f	Appuyer sur 2nde graphe (table) Préciser à l'aide du tableau : $Ymin, Ymax, Xmin...$	



[afficher un tableau de valeurs sur la TI83 Premium CE](#)

Exercice 2

Dans un club de gym, deux formules sont proposées :

- Formule A : abonnement mensuel de 18 € et 5 € par séance ;
- Formule B : abonnement mensuel de 28 € et 3,75 € par séance.

Soit x le nombre de séances mensuelles d'un abonné.

- 1) Exprimer, en fonction de x , $f(x)$ le prix payé avec la formule A, puis $g(x)$ le prix payé avec la formule B.
- 2) Quelle formule est la plus avantageuse lorsqu'un abonné choisit 6 séances mensuelles ?
- 3) Un abonné dispose de 118 €. Quelle formule peut-on lui conseiller ?
- 4) Déterminer le nombre minimal de séances mensuelles pour que la formule B soit la plus avantageuse.

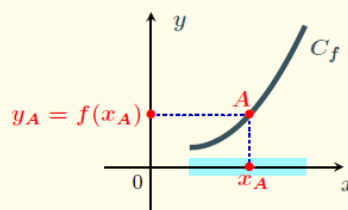
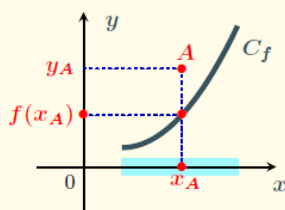
2. Représentation graphique

Définition 2. Courbe représentative d'une fonction

Soit f une fonction définie sur un ensemble $\mathcal{D}$ de $\mathbb{R}$. On appelle courbe représentative ou représentation graphique de la fonction f

Un point M de coordonnées $(x ; y)$ appartient donc à la courbe si, et seulement si, ses coordonnées vérifient l'équation appelée équation de la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f .

Appartenance ou non appartenance d'un point $A(x_A ; y_A)$ à la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f .



Exercice ③

Soit $\mathcal{C}$ la courbe d'équation $y = \frac{x+2}{2-x}$ définie sur $\mathbb{R}$.

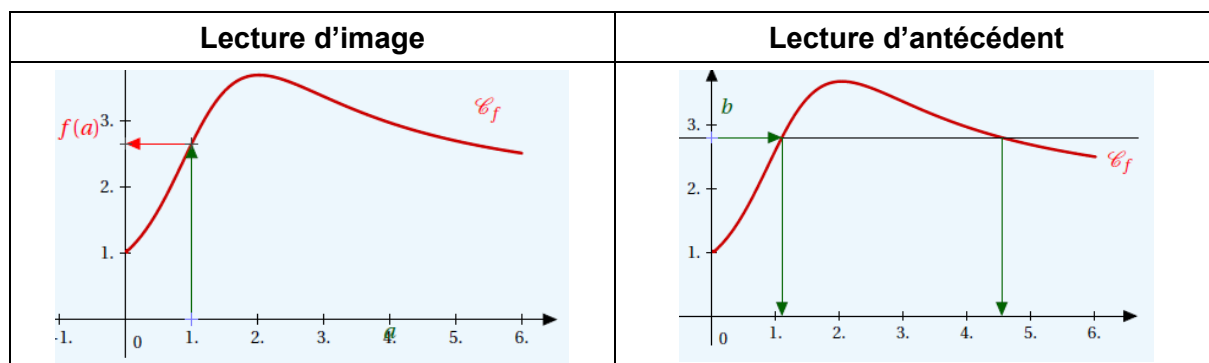
- 1) Le point $M(1 ; 6)$ appartient-il à $\mathcal{C}$?
- 2) Le point $N(-2 ; 5)$ appartient-il à $\mathcal{C}$?
- 3) Proposer les coordonnées d'un point A appartenant à $\mathcal{C}$.
- 4) Proposer les coordonnées d'un point B n'appartenant pas à $\mathcal{C}$.



Méthode pour déterminer graphiquement une image ou un antécédent

On se reportera aux figures ci-dessous.

- L'image de a est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse a .
- Les antécédents de b sont les abscisses des points de la courbe dont l'ordonnée est b .

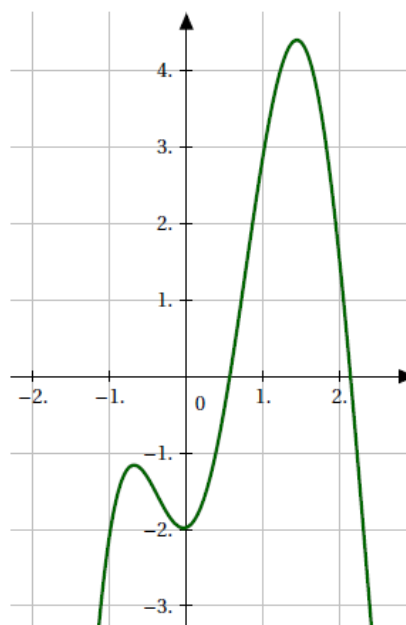


[explications en vidéo](#)

Exercice 4

La courbe de la fonction f est représentée ci-contre.

- 1) Lire graphiquement $f(2)$.
- 2) Lire graphiquement l'image de 0 par f .
- 3) Lire graphiquement les antécédents de -2 par f .



3. Résolutions graphiques d'équations et d'inéquations



Méthode pour résoudre graphiquement une équation

Pour résoudre une équation du type $f(x) = k$, on trace la droite d'équation $y = k$ et on cherche les abscisses des points d'intersection avec la courbe $\mathcal{C}_f$. Ces abscisses sont les solutions de l'équation.



[résoudre graphiquement une équation](#)



Méthode pour résoudre graphiquement une inéquation

Pour résoudre une inéquation du type $f(x) < k$ (ou $f(x) > k$), on trace la droite d'équation $y = k$ et on cherche les abscisses des points de la courbe $\mathcal{C}_f$ qui se trouvent en dessous (ou au-dessus) de la droite. Ces abscisses sont les solutions de l'inéquation.

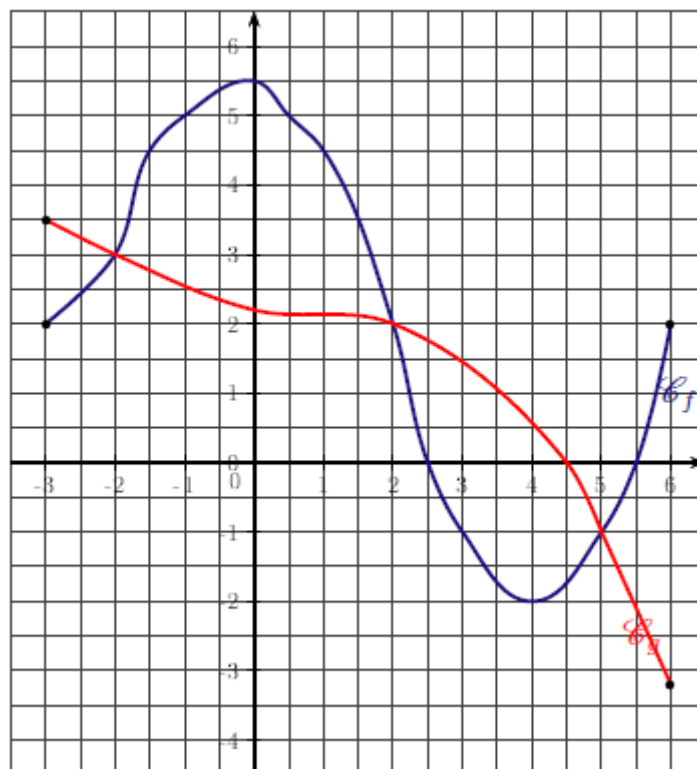


[résoudre graphiquement une inéquation](#)

Exercice 5

Résoudre graphiquement les équations et les inéquations suivantes :

- a) $f(x) = 5$; b) $f(x) = 0$; c) $f(x) = -1$; d) $f(x) = -2$; e) $f(x) \geq -1$; f) $f(x) < 2$;
g) $g(x) \geq 0$; h) $g(x) < 0$; i) $f(x) \geq g(x)$.



4. Variations d'une fonction

Définition 3. Taux de variation

Le taux de variation de la fonction f entre a et b est le nombre : $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Exemple : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 1$.

Le taux de variation de f entre 1 et 3 est égal à :

$$\frac{\text{.....} - \text{.....}}{\text{.....} - \text{.....}} = \frac{(\text{.....}) - (\text{.....})}{\text{.....}} = \frac{\text{.....} - \text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$$

Exercice ⑥

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$.

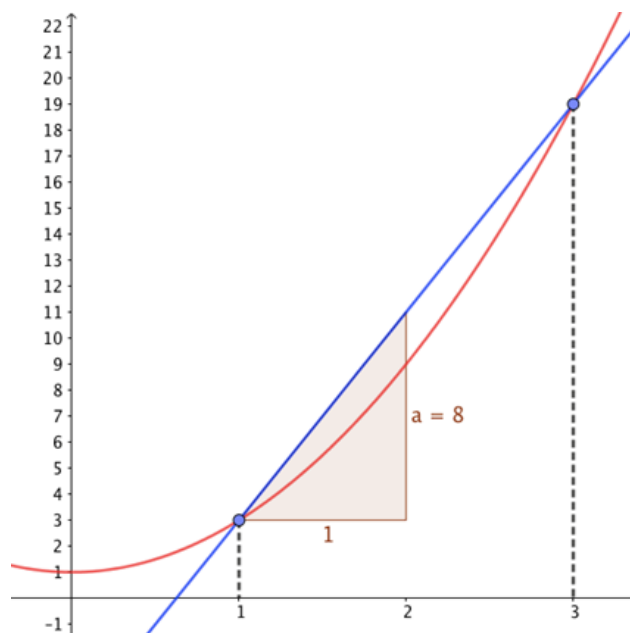
Déterminer le taux de variation de f entre 2 et 3.

Propriété 1. Interprétation géométrique du taux de variation

Le taux de variation de f entre a et b est de la droite passant par les points d'abscisses a et b de la courbe $\mathcal{C}_f$.

Exemple : Dans l'exemple précédent, 8 est le taux de variation de f entre 1 et 3.

Alors la pente de la droite passant par les points d'abscisses 1 et 3 est égale à 8.



Définition 4. Variations d'une fonction

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

Pour tous nombres a et b de l'intervalle I tels que $a < b$, la fonction f est :

- strictement croissante sur I si, et seulement, si ;
- strictement décroissante sur I si, et seulement, si ;
- constante sur I si, et seulement si,

Fonction strictement croissante sur un intervalle I	Fonction strictement décroissante sur un intervalle I	Fonction constante sur un intervalle I

Remarques :

- On dit qu'une fonction croissante conserve l'ordre.
- On dit qu'une fonction décroissante renverse l'ordre.

Propriété 2. Taux de variation et sens de variation

- Si le taux de variation d'une fonction f entre deux nombres quelconques d'un intervalle I est positif, alors f est strictement sur I .
- Si le taux de variation d'une fonction f entre deux nombres quelconques d'un intervalle I est négatif, f est strictement sur I .
- Si le taux de variation d'une fonction f entre deux nombres quelconques d'un intervalle I est nul, f est sur I .

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x - 3$.

Démontrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.



[correction en vidéo](#)