

FONCTIONS POLYNOMES DE DEGRE 2

Objectifs :

- Représentations graphiques des fonctions : $x \mapsto ax^2$, $x \mapsto ax^2 + b$, $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Axes de symétrie.
- Racines et signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée (le calcul des racines à l'aide du discriminant ne figure pas au programme)

1. Définition

Définition 1. Fonction polynôme du second degré

On appelle fonction polynôme du second degré toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et qui s'écrit où a , b et c sont des réels fixés et $a \neq 0$.

Exemples : Les fonctions $x \mapsto 3x^2 - 5$, $x \mapsto x^2 + 2x$ et $x \mapsto 3x^2 + 7x - 1$ sont des fonctions polynômes de degré 2.

2. Représentation graphique et variations

Propriété 1. Parabole

La représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto ax^2 + b$ est une de sommet le point

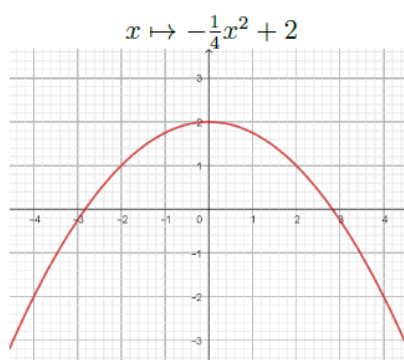
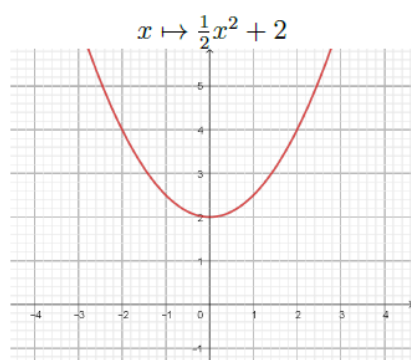
- Si $a > 0$, f est sur $]-\infty ; 0]$ et sur $[0 ; +\infty[$

La parabole représentant f a donc ses branches « » ;

- Si $a < 0$, f est sur $]-\infty ; 0]$ et sur $[0 ; +\infty[$

La parabole a ses branches « ».

Exemples :



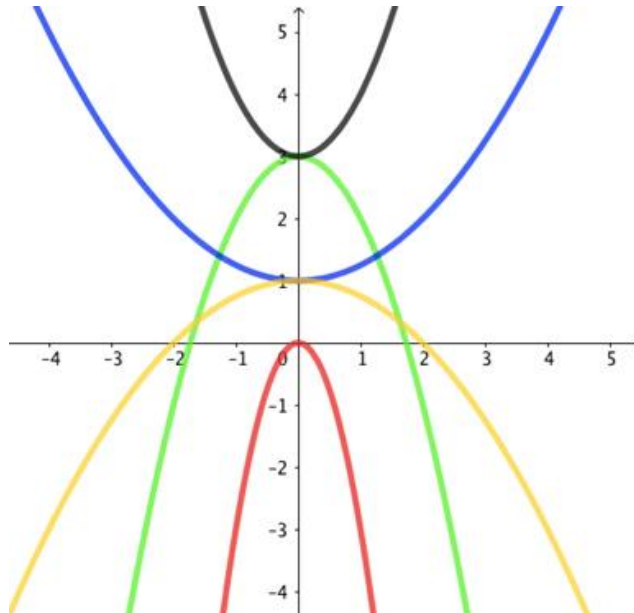
Propriété 2. Axe de symétrie

Les paraboles d'équation $y = ax^2 + b$ ont pour axe de symétrie l'axe des ordonnées.

Exercice ❶

Associer chaque fonction à sa représentation graphique.

$$\begin{aligned}f(x) &= -x^2 + 3 \\g(x) &= -3x^2 \\h(x) &= x^2 + 3 \\p(x) &= \frac{x^2}{4} + 1 \\q(x) &= -\frac{x^2}{4} + 1\end{aligned}$$



[corrigé en vidéo](#)

3. Forme factorisée d'une fonction polynôme du second degré

Propriété 3. Forme factorisée d'une fonction polynôme du second degré

Soient a , x_1 et x_2 des réels. La fonction f définie par $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ est une fonction polynôme du

L'écriture $(x - x_1)(x - x_2)$ est la forme de cette fonction.

Exercice ❷

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2(x - 2)(x + 1)$.

Pour déterminer l'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses, il suffit de résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Or $f(x) = 0$ équivaut à $2(x - 2)(x + 1) = 0$, c'est-à-dire à = 0 ou à = 0
..... = 0 équivaut à $x = \dots$ et = 0 équivaut à $x = \dots$

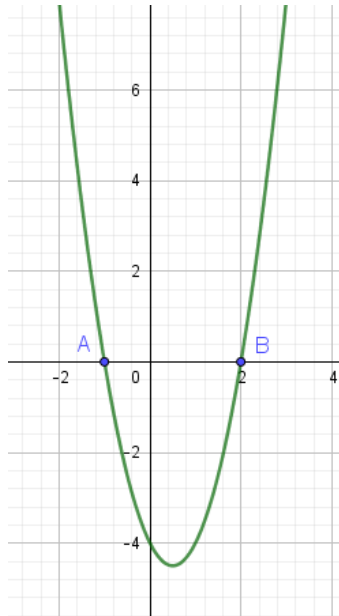
La courbe $\mathcal{C}_f$ coupe donc l'axe des abscisses en deux points A et B d'abscisses respectives et

Propriété 4 et définition 2. *Racines d'un polynôme du second degré*

Les points d'intersection de la parabole avec l'axes des abscisses sont les points de coordonnées et Si $x_1 = x_2$, il n'y a qu'un seul point d'intersection.

Les valeurs x_1 et x_2 sont appelées

Ce sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$.



On remarque que la droite d'équation $x = 0,5$
et que $\frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$.

Propriété 5. *Axe de symétrie*

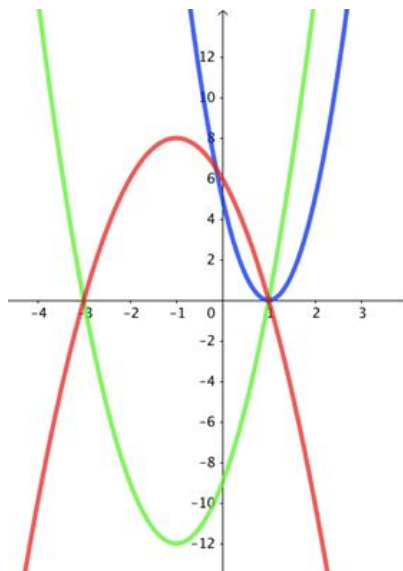
La parabole représentant la fonction f définie par $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \dots\dots\dots$.

Son sommet a pour abscisse

Exercice ③

Associer chaque fonction à sa représentation graphique.

$$\begin{aligned}f(x) &= 3(x-1)(x+3) \\g(x) &= -2(x-1)(x+3) \\h(x) &= 5(x-1)^2\end{aligned}$$



[corrigé en vidéo](#)

Propriété 6. Factorisation d'une expression du second degré

Si x_1 est une racine de l'expression $ax^2 + bx + c$, alors cette expression est factorisable par, c'est-à-dire qu'elle peut s'écrire sous la forme où x_2 est l'autre racine à déterminer.



Méthode pour factoriser une expression du second degré connaissant au moins une de ses racines

Factoriser l'expression $2x^2 + 4x - 6$ sachant que 1 est une de ses racines.

D'après la propriété précédente, $2x^2 + 4x - 6$ peut s'écrire sous la forme $2(x - \dots)(x - \dots)$.

On développe : $2(x-1)(x-x_2) = 2(\dots) = \dots$

On doit avoir $2x_2 = \dots$. Or $2x_2 = \dots$ équivaut à $x_2 = \dots$.

Par conséquent, $2x^2 + 4x - 6 = \dots$

4. Signe d'une fonction polynôme du second degré



Méthode pour étudier le signe d'une expression du second degré

Déterminer le signe de l'expression $3(x-3)(x+1)$ sur $\mathbb{R}$.

Le signe de $3(x-3)(x+1)$ dépend du signe de chaque facteur 3, $x-3$ et $x+1$.

On étudie ainsi le signe de chaque facteur et on présente les résultats dans un tableau de signes.

$x-3=0$ équivaut à $x = \dots$ et $x+1=0$ équivaut à $x = \dots$

En appliquant la règle des signes dans le tableau suivant, on pourra en déduire le signe du produit $3(x-3)(x+1)$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
3				
$x-3$				
$x+2$				
$3(x-3)(x+1)$				

On en déduit que $3(x-3)(x+1) \leq 0$ pour $x \in [\dots ; \dots]$ et $3(x-3)(x+1) \geq 0$ pour $x \in]-\infty ; \dots] \cup [\dots ; +\infty[$.



[corrigé en vidéo](#)

5. Résolution d'une équation du type $x^2 = c$, où c est un réel

Propriété 7. Forme factorisée d'une fonction polynôme du second degré

Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 = c$ dépendent du signe de c .

- Si $c < 0$, alors l'équation n'a pas de solution.
- Si $c = 0$, alors l'équation possède une unique solution qui est 0.
- Si $c > 0$, alors l'équation possède deux solutions qui sont $-\sqrt{c}$ et $\sqrt{c}$.

Exemples : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $x^2 = 9$ et $x^2 = -4$.