CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N°1

Second degré	***Le jeudi 29 septembre 2016***

Exercice 1

a) $f_1(x) = -x^2 + 2x - 3$; la courbe de f_1 a ses branches dirigées vers le bas car $a = -1 < 0$.
De plus, $f_1(0) = -3$. Par suite, **f_1 est représentée par $\mathscr{C}_5$**.

b) $f_2(x) = x^2 + x + 3$; la courbe de f_2 a ses branches dirigées vers le haut car $a = 1 > 0$.
De plus, $f_2(-1) = 1 - 1 + 3 = 3$. Par suite, **f_2 est représentée par $\mathscr{C}_1$**.

c) $f_3(x) = 2x^2 - 5x + 3$; la courbe de f_3 a ses branches dirigées vers le haut car $a = 2 > 0$.
De plus, $f_3(1) = 2 - 5 + 3 = 0$. Par suite, **f_3 est représentée par $\mathscr{C}_3$**.

d) $f_4(x) = -2x^2 - 5x + 3$; la courbe de f_4 a ses branches dirigées vers le bas car $a = -2 < 0$
Par suite, **f_4 est représentée par $\mathscr{C}_4$**.

e) $f_5(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$; la courbe de f_5 a ses branches dirigées vers le haut car $a = 1 > 0$.

De plus, $f_5(0) = 0 + 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$. Par suite, **$f_5$ est représentée par $\mathscr{C}_2$**.

Exercice 2

1) $f(x) = -2x^2 + 4x - 1 = -2\left(x^2 - 2x + \frac{1}{2}\right) = -2\left((x-1)^2 - 1^2 + \frac{1}{2}\right) = -2\left((x-1)^2 - \frac{1}{2}\right)$.

Donc **la forme canonique de $f(x)$ est $-2(x-1)^2 + 1$**.

2) $16x^2 - 8x + 1 = 0$ équivaut à $(4x)^2 - 8x + 1 = 0$, c'est-à-dire à $(4x-1)^2 = 0$.

Donc $4x - 1 = 0$; et par suite $x = \frac{1}{4}$. **Cette équation a donc une seule solution $\frac{1}{4}$**.

3) $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 16$.
Comme $\Delta > 0$, alors l'équation $g(x) = 0$ admet deux solutions :

$$\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{16}}{6} = \frac{-6}{6} = -1 \text{ et } \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{16}}{6} = \frac{-2 + 4}{6} = \frac{1}{3}.$$

Par conséquent, **$f(x) = 3(x+1)\left(x - \frac{1}{3}\right)$**.

4) Le quotient $\frac{4x^2 + 3x}{2x - 1}$ existe si $2x - 1 \neq 0$, c'est-à-dire si $x \neq 0,5$.

$4x^2 + 3x = x(4x + 3)$ s'annule pour $x = 0$ et $x = -\frac{3}{4}$.

D'où, on dresse le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{4}$		0		$0{,}5$		$+\infty$
$4x^2+3x$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	
$2x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{4x^2+3x}{2x-1}$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Par conséquent, $\mathscr{S} = \left[-\frac{3}{4}\ ;\ 0\right] \cup \left]0{,}5\ ;+\infty\right[$.

Exercice 3

1) **Les valeurs de x appartiennent à $[0\ ;\ 2]$**.

2) Pour calculer MI^2 et MC^2 , on utilise le théorème de Pythagore dans les triangles respectifs *IAM* et *MDC* rectangles respectivement en *A* et *D*.

$$f(x) = MI^2 + MC^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + x^2 + (2-x)^2 + 1^2 = \frac{1}{4} + x^2 + 4 - 4x + x^2 + 1.$$

D'où $\boldsymbol{f(x) = 2x^2 - 4x + \frac{21}{4}}$.

3) Comme $2>0$ et que $-\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{4} = 1$, on en déduit que :

x	0		1		2
$f(x)$	$\frac{21}{4}$	$\searrow$	$\frac{13}{4}$	$\nearrow$	$\frac{21}{4}$

4) D'après la question précédente, **la fonction f admet comme minimum $\frac{13}{4}$ atteint en 1**.

Exercice 4

Variables : m, p, x_1, x_2
Entrées et initialisation
| Lire m, Lire p
Traitement et sorties
  si $m = 0$ **alors**
    si $p = 0$ **alors**
      Afficher "tout x est solution"
    sinon
      Afficher "pas de solution"
    fin
  sinon
    si $p = 0$ **alors**
      Afficher "0 est l'unique solution"
    sinon
      si $\frac{p}{m} > 0$ **alors**
        $\sqrt{\frac{p}{m}} \to x_1$
        $-\sqrt{\frac{p}{m}} \to x_2$
        Afficher "l'équation a 2 solutions"
        Afficher x_1
        Afficher x_2
      sinon
        Afficher "Pas de solution"
      fin
    fin
  fin