CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 11

Suites	***Pour le 6 avril 2017***

1) a) On passe d'une figure F_n à la suivante F_{n+1} en remplaçant chaque côté par quatre côtés, donc $b_{n+1} = 4 \times b_n$, **pour tout entier naturel n**.

b) On en déduit que **la suite (b_n) est géométrique de raison $q = 4$**.

c) Comme F_0 est un triangle, alors $b_0 = 3$.

d) D'après les questions 1) b) et 1) c), on en déduit que : $b_n = b_0 \times q^n = 3 \times 4^n$, **pour tout entier naturel n**.

e) $b_1 = 3 \times 4^1 = 12$ et $b_2 = 3 \times 4^2 = 48$.

2) a) D'après la figure du début, on peut remarquer que $AC = \frac{1}{3} AB$; d'où : $c_{n+1} = \frac{1}{3} \times c_n$, **pour tout entier naturel n**.

b) D'après la question précédente, on en déduit que **la suite (c_n) est géométrique de raison $q' = \frac{1}{3}$**. Alors, $c_n = c_0 \times q'^n = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$, **pour tout entier naturel n**.

c) $c_1 = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^1 = 3$ et $c_2 = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$.

4) a) La figure F_n comporte b_n côtés de même longueur c_n ; alors,

$p_n = b_n \times c_n = 3 \times 4^n \times 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n = 27 \times \left(\frac{4}{3}\right)^n$, **pour tout entier naturel n**.

b) Comme tous les termes de la suite (p_n) sont strictement positifs, comparons le rapport $\frac{p_{n+1}}{p_n}$ à 1. Or $\frac{p_{n+1}}{p_n} = \frac{27\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}}{27\left(\frac{4}{3}\right)^n} = \frac{4}{3}$, qui est strictement supérieur à 1 pour tout entier naturel n. Par conséquent, **la suite (p_n) est strictement croissante**.

c) Il faut d'abord penser à convertir 1 000 km en cm ; 1 000 km = 10^8 cm.

En utilisant le tableur, on en déduira que **le périmètre de F_n dépasse 1000 km à partir de $n = 53$**.

d) Le logiciel permet de dire que $\lim\limits_{n \to +\infty} p_n = +\infty$.

4) Le logiciel permet de dire que $\lim\limits_{n \to +\infty} \mathcal{A}_n = \frac{5\sqrt{3}}{8}$.